

فصل ۳ هندسه و استدلال

- اهداف
- ۱- خط، نیم خط و پاره خط را نام گذاری کنند
 - ۲- روابط بین پاره خط ها را بنویسند و درک کنند
 - ۳- زاویه ها را نام گذاری کنند
 - ۴- روابط بین زاویه ها را بنویسند و درک کنند
 - ۵- زاویه های متمم، مکمل و متقابل در این رابطه یادآور
 - ۶- با نوشتن رابطه ها وارد استدلال منطقی شوند

۷- چند ضلعی منتظم را در یادگیری رسم شناخته اند

۸- استدلال ها در یادگیری رسم به صورت سری و بدون اثبات بیان شده است

کلیه شده از معلم یار هفتم آدرس اصلی کانال @MoallemYariR7

- روابط بین پاره خط ها
 - روابط بین زاویه ها
 - رسم مثلث
 - هم نهشتی مثلث ها
- شکل های هندسی در اطراف ما به وفور وجود دارند. ما در دنیایی از شکل ها و حجم ها زندگی می کنیم. انواع خطوط نیز به صورت های مختلف در زندگی ما دیده می شوند. خط، نقطه، زاویه، سطح و حجم عناصر اصلی علم هندسه اند.

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = -BA$$

طول بردار $\vec{AB}$ را به صورت $|\vec{AB}|$ می‌نویسند.

روابط بین پارہ خطہا

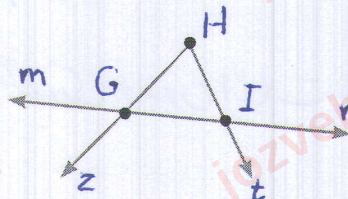
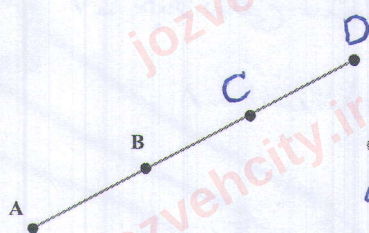
در ریاضیات برای نام گذاری شکل ها از حروف انگلیسی استفاده می کنیم. به طور معمول نقطه را با حروف بزرگ انگلیسی و دو سر

خط را با حروف کوچک نام گذاری می کنیم.

این کتاب - برای اندازه‌گیری پارچه AB از $\overline{AB}$ استفاده کرده‌اند.

333

۱- مانند نمونه‌ها شکل را با حروف انگلیسی نام گذاری کنید.



۲- در شکل زیر نام خط‌ها، نیم خط‌ها و پاره خط‌ها را بنویسید و در صورت لزوم از راهبرد الگوسازی استفاده کنید.

خط : $zt - xy$

$(Ax, Ay), (Bx, By), (Bu, Cu), (Ct, Cz)$ نیم خط :

AB, AC, BC

 $xy \parallel zt$

دو خط موازی نام ببرید و با علامت || موازی بودن را نشان دهید.

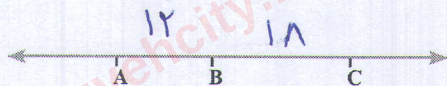
یاره خط‌ها را اندازه بگیرید و به صورت زیر طول آنها را نشان دهید و جاهای خالی را کامل کنید.

$$\overline{AB} = 1.25$$

$$BC = 1.0$$

$$\overline{AC} = 10$$

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{AC}$$



$$\overline{AB} = 12$$

$$BC = 1A$$

$$\overline{AC} = \mu_0$$

۳- در شکل مقابل پاره‌خط‌ها را اندازه بگیرید و بنویسید.

آیا $\overline{AB} = \overline{BA}$ است؟ چرا؟ بله، چون اندازه تغییر نمی کند (کلامی)

آیا بدون اندازه گیری می توان رابطه زیر را نوشت؟ چرا؟
 پاره ها AC از پاره ها AB و BC بوجود آمده

$$\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} \Rightarrow 12 + 18 = 30$$

↓ ↓ ↓

- 2

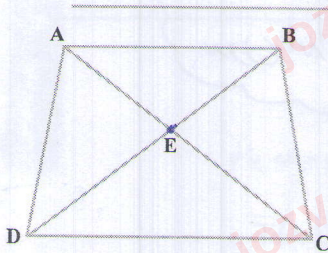
آیا می‌توان رابطه دیگری نوشت؟

با قرار دادن اندازه‌ها به جای پاره‌خط‌ها درستی آنها را بررسی کنید.

$$\overline{AC} - \overline{BC} = \overline{AB}$$

٢٠

دانش آموزان به حکمت استدلال نزدیک می شود



AB, AE, AC, AD

BE, BD, BC

CE, CD

DE

۱- تمام پاره خط‌ها را با کمک راهبرد الگوسازی بنویسید.

$$4 + 3 + 2 + 1 + 0 = 10$$

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

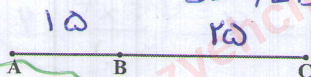
مانند نمونه رابطه‌های دیگر را بنویسید.

$$\overline{AE} + \overline{EC} = \overline{AC}$$

$$\overline{BD} - \overline{DE} = \overline{BE}$$

$$\overline{BE} + \overline{ED} = \overline{BD}$$

$$\overline{AC} - \overline{CE} = \overline{AE}$$



۲- با توجه به شکل مقابل طول پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و نسبت‌های زیر را بنویسید.

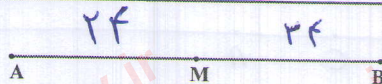
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$$

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{25}{40} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} + \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{15}{40} + \frac{25}{40} = \frac{40}{40} = 1$$

آیا مجموع دو نسبت همیشه برابر یک می‌شود؟ چرا؟

هدف: رابطی بین پاره خط‌ها



۱- در شکل مقابل نقطه M وسط پاره خط AB است.

پاره خط‌ها را اندازه بگیرید و درستی رابطه‌ها را بررسی کنید.

$$(24=24) \overline{AM} = \overline{MB}$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

$$\overline{MB} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$48 = 2 \times 24 \checkmark$$

$$24 = \frac{1}{2} \times 48$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM}$$

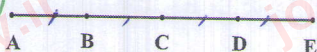
$$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

مانند تساوی‌های بالا تساوی‌های درست دیگر را بنویسید.

۲- اگر پاره خط‌های کوچک با هم برابر باشند، تساوی‌ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید.

$$\overline{AC} = 2\overline{AB}$$

$$\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{AE}$$



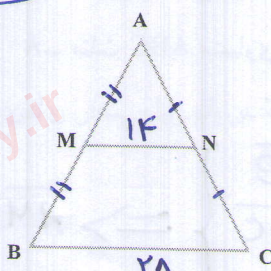
$$\overline{AE} = \frac{4}{3}\overline{BE}$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

هدف: استدلال است

برای سادگی کار از مثلث متساوی‌الساقین استفاده می‌کنیم.

مثلث ABC متساوی‌الساق است. تساوی‌های زیر را کامل کنید. M و N وسط‌های اضلاع هستند.



$$\overline{AB} = \overline{AC} = 14 \quad \overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$$

$$\overline{AM} = 7 \quad \overline{AN} = 7$$

$$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$$

درستی تساوی مقابل را با اندازه‌گیری بررسی کنید.

نتیجه: پاره خطی که وسط‌های دو ضلع یک مثلث را بهم وصل می‌کند نصف ضلع سوم و موازی با آن می‌باشد.

$$\overline{AM} = \overline{BM}$$

$$\overline{AN} = \overline{CN}$$

$$\Rightarrow \overline{MN} \parallel \frac{1}{2}\overline{BC}$$

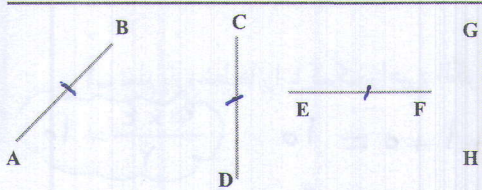
آموزش دوستی استدلال

هر کدام از اضلاع مثلث AMN نصف

اضلاع مثلث ABC است و مثلث ABC متساوی
الاضلاع است پس مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع
است

بدون اندازه گیری

فعالیت



با توجه به پاره خط ها اگر بدانیم $\overline{AB} = \overline{DC}$

و $\overline{DC} = \overline{EF}$ و $\overline{EF} < \overline{GH}$ رابطه های زیر را کامل کنید (این علامت $\Rightarrow$ یعنی نتیجه می گیریم).

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{DC} \\ \overline{DC} = \overline{EF} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{EF}$$

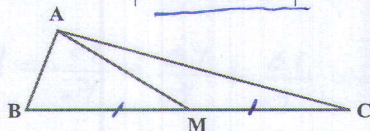
$$\left. \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{GH} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{AB} < \overline{GH}$$

$(\overline{AB}, \overline{AM}, \overline{AC}), (\overline{BM}, \overline{BC}), (\overline{CM})$

$$3 + 2 + 1 + 0 = 4$$

$$\frac{3 \times 3}{2} = 4$$

۱- هر تعداد رابطه درست بین پاره خط ها در شکل زیر می بینید، در دفتر خود بنویسید. تمام پاره خط ها را نام



$$BM = MC$$

بیرید. (M وسط ضلع BC است).

$$BM = \frac{1}{2} BC, CM = \frac{1}{2} BC$$

$$BC = 2BM, BC = 2CM$$

۲- یک خط رسم کنید و نقاط D, C, A و B را طوری روی آن نام گذاری کنید که رابطه زیر درست باشد.

$$\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$\overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$$

$$AM = \frac{1}{2} AB$$

$$AN = \frac{1}{2} AC$$

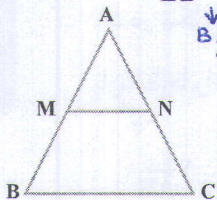
$$MN = \frac{1}{2} BC$$

$$AB = AC = BC$$



بالا

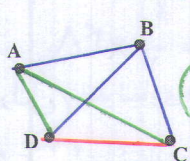
۳- مثلث ABC متساوی الاضلاع است. M, N وسط های ضلع اند. چگونه می توانید دلیل بیاورید



$$\Rightarrow AM = MN = AN$$

که مثلث AMN نیز متساوی الاضلاع است؟

۴- تمام نقاط شکل مقابل را به هم وصل کنید. چه شکلی به وجود آمد؟



رسم شده است کدام پاره خط ها اضلاع شکل مقابل را مشخص می کنند؟

تعداد اضلاع - تعداد پاره خط ها = تعداد نقاط

کدام پاره خط ها قطرهای چندضلعی هستند $\rightarrow AC, BD$

۵- با رسم شکل های مناسب به سوال های زیر پاسخ دهید.

الف) از یک نقطه چند خط می گذرد؟ $\rightarrow$ بی شمار

ب) از یک نقطه چند خط راست می گذرد؟ $\rightarrow$ بی شمار

ج) از دو نقطه چند خط (از انواع مختلف) می گذرد؟ $\rightarrow$ بی شمار

د) از دو نقطه چند خط راست می گذرد؟ $\rightarrow$ یک خط

$$10 \times 2 = 20$$

$$10 \times 2 = 20$$

۶- اگر روی یک خط راست ۱۰ نقطه بگذاریم، چند نیم خط به وجود می آید؟ چرا؟

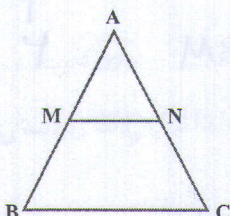
۷- قد علی (a) بلندتر از قد حسن (b) و قد حسن (c) قد حسین (c) است

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ b = c \end{array} \right\} \Rightarrow a > c$$

علی بزرگ تر از حسین است

رابطه مقابل را کامل کنید و نتیجه را به فارسی بنویسید.

۸- مثلث ABC متساوی الساقین است. M و N وسط ساق های AB و AC هستند. با نوشتن روابط و



تساوی های ریاضی دلیل بیاورید که $\overline{AM} = \overline{AN}$ است.

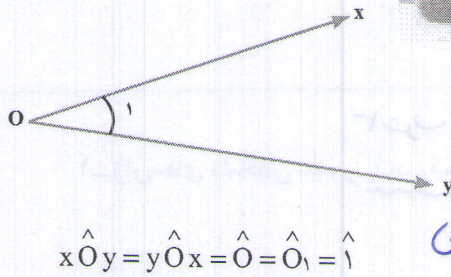
$$AB \text{ وسط } M \Rightarrow \overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$AC \text{ وسط } N \Rightarrow \overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AC}$$

$$\Rightarrow \overline{AM} = \overline{AN}$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \text{ (تساوی مثلث متساوی الساقین)}$$

روابط بین زاویه ها

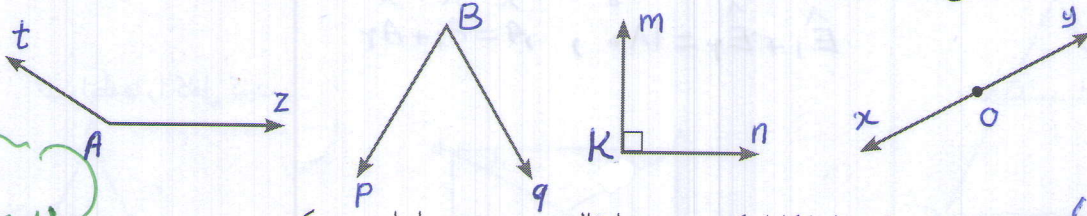


زاویه مقابل نام گذاری شده و به چند صورت خوانده می شود.

چرا از حروف کوچک و بزرگ استفاده شده است؟

زیرا طبق قرارداد نقاط با حروف بزرگ و نیم خط از سمتی که باز است با حروف کوچک

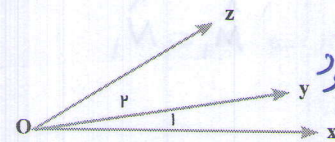
۱- با انواع زاویه ها در سال گذشته آشنا شده اید. زاویه ها را نام گذاری کنید و نوع آن را مشخص کنید.



۲- تساوی بین زاویه ها را کامل کنید. سپس با نقله درستی نوشته ها را بررسی کنید.

$\hat{x}\hat{O}y + \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}z$
 $\hat{x}\hat{O}z - \hat{y}\hat{O}z = \hat{x}\hat{O}y$

$\hat{O}_2 + \hat{O}_1 = \hat{x}\hat{O}z$
 $\hat{x}\hat{O}z - \hat{O}_1 = \hat{z}\hat{O}y$



وقتی به صورت شعری
و با ابزار بررسی شود
یا دگرایی عمیق تر شود

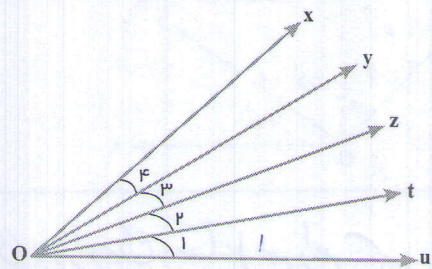
۳- زاویه های $\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3$ و همه با هم برابرند. جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

$\hat{x}\hat{O}u = \hat{1} \hat{O}_1$

$\hat{x}\hat{O}t = \hat{1} \hat{t}\hat{O}x$

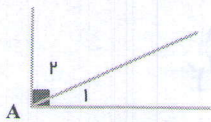
$\hat{y}\hat{O}t = \hat{2} \hat{O}_2$

$\hat{O}_2 = \frac{1}{2} \hat{z}\hat{O}u$

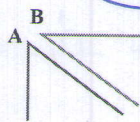


بدون اندازه گیری

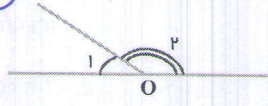
۴- برای زاویه های متمم و مکمل تساوی بنویسید.



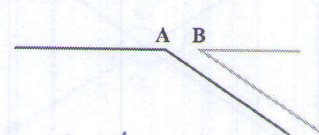
$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 90^\circ$



$\hat{A} + \hat{B} = 180$



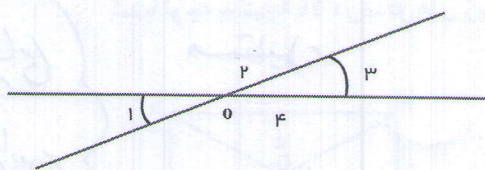
$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$



$\hat{A} + \hat{B} = 180$

۵- زاویه های متقابل به رأس را در شکل مقابل می بینید.

تساوی ها را با عدد مناسب کامل کنید.

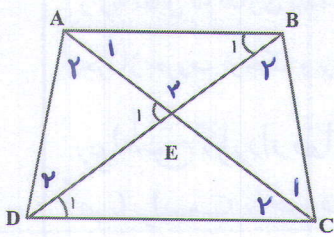


$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180$

$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180$

$\hat{O}_1 + \hat{O}_4 = 180$

$\hat{O}_3 + \hat{O}_4 = 180$

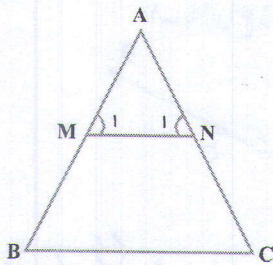


$$\begin{aligned}\hat{D}_1 &= \hat{EDC} \text{ و } \hat{BDC} \\ \hat{B}_1 &= \hat{EBA} \text{ و } \hat{DBA} \\ \hat{E}_1 &= \hat{AED}\end{aligned}$$

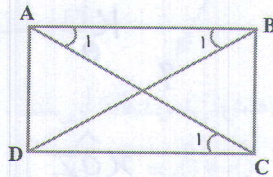
۳ حرف
۱- زاویه‌های مشخص شده را با حروف نام ببرید.

۴ تا از رابطه‌های بین زاویه‌ها را بنویسید.

$$\begin{aligned}\hat{ADC} &= \hat{D}_r + \hat{D}_1 \text{ و } \hat{A}_r + \hat{D}_r + \hat{E}_1 = 180^\circ \\ \hat{E}_1 + \hat{E}_r &= 180^\circ, \hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_r\end{aligned}$$

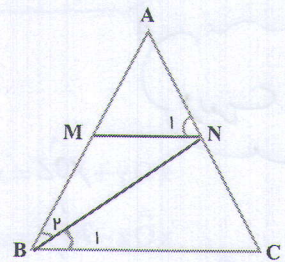


$$\left. \begin{aligned}\hat{B} &= \hat{C} \\ \hat{B} &= \hat{M}_1 \\ \hat{C} &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{N}_1$$



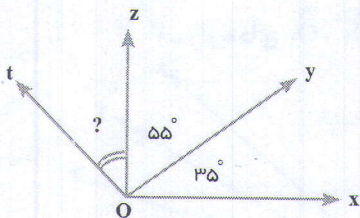
$$\left. \begin{aligned}\hat{A}_1 &= \hat{C}_1 \\ \hat{B}_1 &= \hat{A}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$$

استدلال روابط بین زاویه‌ها



$$\left. \begin{aligned}\hat{B}_1 &= \hat{B}_r \\ \hat{B}_1 &= \hat{N}_1\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{B}_r = \hat{N}_1$$

۲- رابطه‌ها را کامل کنید.



۳- با توجه به شکل و تکمیل رابطه زیر، مقدار زاویه؟ را پیدا کنید.

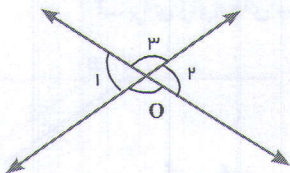
$$x\hat{O}t = t\hat{O}z + z\hat{O}y + \text{؟}$$

اگر $x\hat{O}t = 120^\circ$ باشد.

$$120^\circ = \boxed{?} + 55^\circ + 35^\circ \Rightarrow \boxed{?} = 30^\circ$$

$$\begin{aligned}55 + 35 &= 90 \\ 120 - 90 &= 30\end{aligned}$$

۱- با توجه به شکل مقابل رابطه‌ها را کامل کنید. استدلال تساوی دوزاویه متقابل به راس



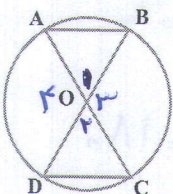
$$\left. \begin{aligned}\hat{O}_1 + \hat{O}_3 &= 180^\circ \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_4 &= 180^\circ\end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟ زاویه‌های متقابل به راس با هم برابرند

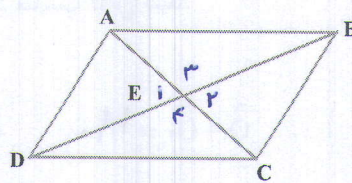
هرگز دایره‌ایست

۲- با توجه به نتیجه بالا در شکل‌های زیر زاویه‌های مساوی را مشخص کنید. متوازی الاضلاع

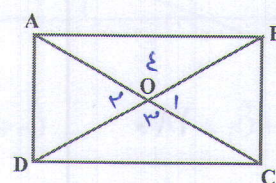
مستطیل



$$\hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ و } \hat{O}_3 = \hat{O}_4$$



$$\begin{aligned}\hat{E}_1 &= \hat{E}_2 \\ \hat{E}_3 &= \hat{E}_4\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}\hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \\ \hat{O}_3 &= \hat{O}_4\end{aligned}$$

فقط زاویه‌های متقابل به راس گفته شود

$$OA = OB \Rightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$\begin{aligned}OC = OD &\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \\ \hat{OAB} = \hat{OCD} &\Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}\end{aligned}$$

زاویه نیم‌ساعت: ساعت ۴ و ...

زاویه یک‌ساعت: ساعت ۲ و ...

زاویه باز: ساعت ۴ و ۵ و ...

زاویه راست: ساعت ۳ و ۹:۰۰ و ...

33

۱- زمان‌هایی را بنویسید که عقربه بین ساعت شمار و دقیقه شمار زاویه راست، باز، تند و نیم صفحه را نشان دهد.

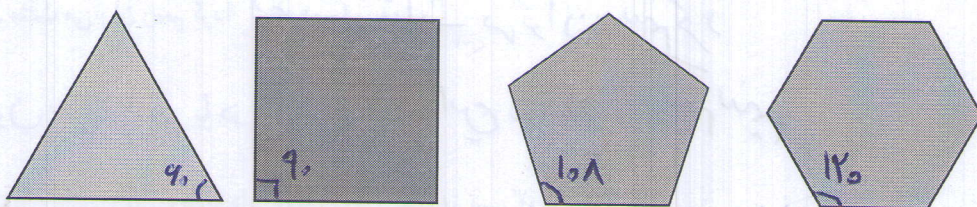
۲- یک زاویه 120° رسم کنید. با نقاله نیم‌ساز آن را بکشید. زاویه را نام‌گذاری کنید و یک تساوی بین زاویه‌ها

$$\hat{O}_1 = \frac{1}{2} \hat{XOZ} \quad \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = \hat{XOZ} \quad \text{یا} \quad \hat{O}_1 = \hat{O}_2$$

۳- در شکل‌های زیر همه ضلع‌ها و زاویه‌های شکل‌ها با هم برابرند. آنها را اندازه بگیرید. به این شکل‌ها چند

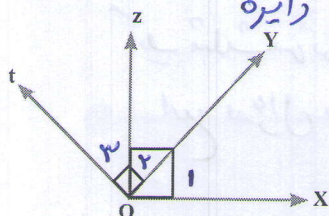
ضلعی‌های منتظم می‌گوییم. **نگارشی (طالس ششم)**

صحنه ۵۱ یابری ششم



با افزایش تعداد ضلع‌ها زاویه‌های هر رأس چند ضلعی چه تغییری می‌کند؟ **بزرگ‌تر می‌شوند (الگویابی)**

اگر به همین ترتیب تعداد ضلع‌ها افزایش پیدا کند به چه شکلی نزدیک و نزدیک‌تر می‌شود؟ **دایره**



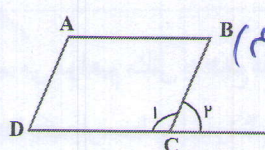
۴- در شکل مقابل می‌دانیم زاویه‌های $\hat{XOZ}$ و $\hat{tOy}$ ، 90° هستند.

چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه‌های $\hat{XOy}$ و $\hat{tOZ}$ مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{array}{l} \hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 90 \\ \hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_3$$

۵- می‌دانیم در متوازی‌الضلاع زاویه‌های کنار هم مثل A و B و یا D و C و یا A و B و یا C و D با هم مکمل‌اند.

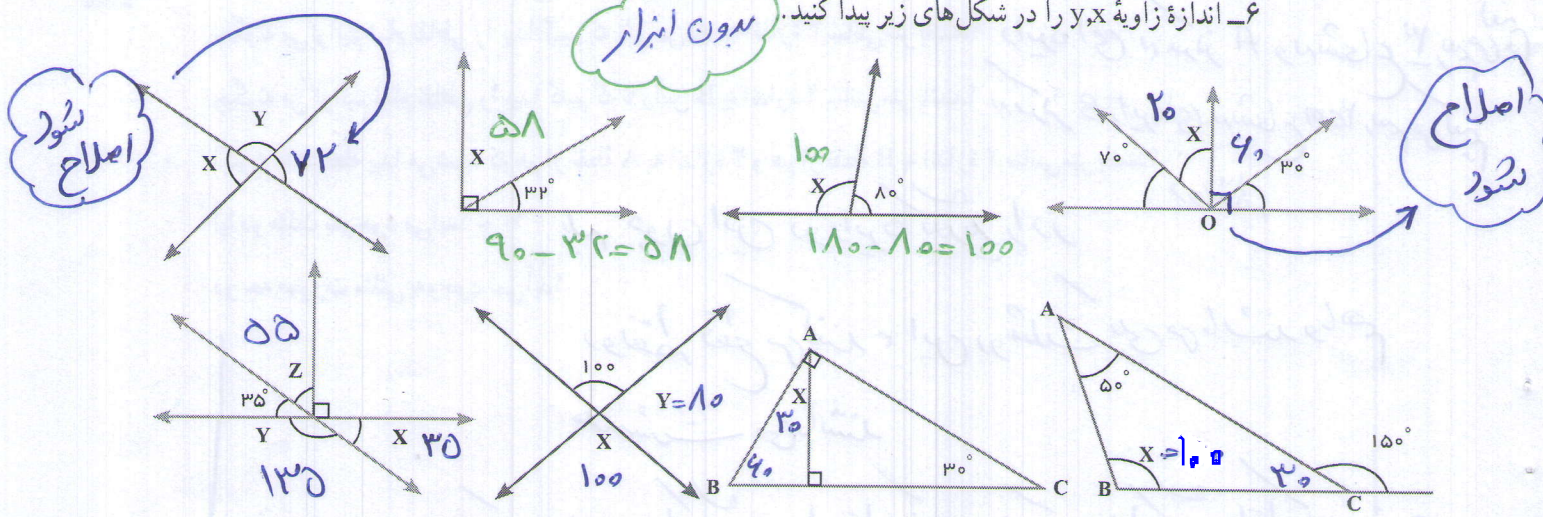
صحنه ۵۸ یابری ششم

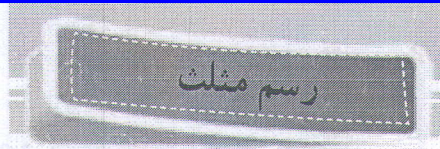


چگونه می‌توانید نتیجه بگیرید که زاویه B و C مساوی‌اند؟

$$\left. \begin{array}{l} \hat{C}_1 + \hat{B} = 180 \\ \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = 180 \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}_2$$

۶- اندازه زاویه x, y را در شکل‌های زیر پیدا کنید. **بدون ابزار**





رسم مثلث

فعالیت

۱- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ بی شمار مثلث می توان

A B

رسم کرد - چون اندازه ی دو ضلع دیگر را نداریم و بهرخواه
می توانیم رسم کنیم

۲- مثلثی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3 \text{ cm}$ ، یک ضلع آن $AC = 2 \text{ cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ بی شمار مثلث می توان رسم کرد

چون می توانیم با هر زاویه ای این دو ضلع را رسم کنیم

۳- مثلثی رسم کنید که ضلع های AB ، AC ، BC به ترتیب ۳، ۲ و $\frac{2}{5}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟

کند مثلث می توان رسم کرد - در صورتی که دانش آموزان جوابی ۲ یا ۴ یا ۱۲ را به
این سؤال دادند به آن ها بگوئید که هر یک از این مثلث ها یکی می باشد و چرخیده اند
وقتی مثلث ها را رسم می کنید آنها را مطابق با صورت مسئله نام گذاری کنید و اندازه ها را روی آنها بنویسید.

کمان ها و خط هایی را که در رسم مثلث استفاده کردید، پاک نکنید.

کار در کلاس

۱- می خواهیم مثلثی به ضلع های $AC = 3$ و $AB = 4$ و $BC = 2$ سانتی متر رسم کنیم.

ابتدا یک پاره خط به اندازه ۴ سانتی متر را بکشید.

چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس A به اندازه ۳ سانتی متر باشند؟ دایره ای به مرکز A و به شعاع ۳ رسم می کنیم
چگونه می توانیم تمام نقاطی را پیدا کنیم که تا رأس B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ به مرکز B دایره ای به شعاع ۲ cm رسم می کنیم
اکنون چند نقطه پیدا می شود که هم از نقطه A به اندازه ۳ و هم از نقطه B به اندازه ۲ سانتی متر باشند؟ دو نقطه

آیا دو مثلث به وجود می آید؟ چرا؟ بله چون این دو دایره یکدیگر را در دو نقطه

در چه صورت مثلثی به وجود نمی آید؟

دو نقطه قطع می کنند، این دو مثلث یکی می باشند و با هم

همپوشانی می باشند

در صورتی که دایره ها یکدیگر را قطع نکنند یا در یک نقطه یکدیگر را قطع کنند مثلثی
وجود نمی آید

۱- مثلی رسم کنیم که یک ضلع آن $AB = 3\text{cm}$ و یک زاویه آن $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ می شمار چون ضلع AC را نداریم
و هر دانش آموز می تواند آن را به دخیان در نظر بگیرد

۲- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 3\text{cm}$ و زاویه آن $\hat{A} = 50^\circ$ و $\hat{B} = 40^\circ$ باشد.

چند مثلث به دست می آید؟ چرا؟ فقط یکی، در صورتی که دانش آموزان
جواب های ۲ و ... دارند شما توضیح دهید که این مثلث ها
کاملی نمی باشند که چرخیده اند

۳- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{cm}$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ می شمار مثلث می توان رسم کرد
چون زاویه بین دو ضلع مشخص نشده است

۴- مثلی رسم کنید که یک ضلع آن $AB = 2\text{cm}$ و ضلع دیگر آن $AC = 3\text{cm}$ باشد. زاویه بین آنها یعنی $\hat{A} = 50^\circ$ باشد.

چند مثلث می توان رسم کرد؟ چرا؟ ! مثلث

چون فقط یک حالت وجود می آید و حالت های دیگر مثلث جدیدی بوجود نمی آورد
فقط یک مثلث بوجود می آید و حالت های دیگر همان مثلث است که چرخیده

تاکنون سه حالت برای رسم مثلث آموخته اید که به اختصار آنها را (ض ض ض) سه ضلع، (ض ض ز) دو زاویه و

یک ضلع بین، (ض ز ض) دو ضلع و زاویه بین می نامند. اگر مثلث دیگری از شما خواسته شد ابتدا باید آن را به یکی

از حالت های سه گانه بالا تبدیل کنید؛ سپس آن مثلث را رسم کنید.

دست‌ورزی

۱- مثلث ABC را در حالت‌های زیر رسم کنید. (نام‌گذاری و اندازه‌گیری را فراموش نکنید.)

الف) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\overline{BC} = 2 \text{ cm}$

ب) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\overline{AC} = 4 \text{ cm}$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

ج) $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$ ، $\hat{B} = 100^\circ$ ، $\hat{A} = 55^\circ$

۲- مثلث ABC را رسم کنید که $\hat{A} = 50^\circ$ ، $\hat{B} = 75^\circ$ و $\hat{C} = 55^\circ$ باشد.

چند مثلث با این شرایط می‌توانید رسم کنید؟ بی‌شمار مثلث می‌توان رسم کرد

اگر در مثلث هر سه زاویه با هم برابر باشند، آیا قابل انطباق‌اند؟ خیر، می‌توانند غیر قابل انطباق باشند
دلیل خود را بیان کنید. چون می‌توانند اضلاع متفاوتی داشته باشند

۳- مثلث قائم‌الزاویه‌ای رسم کنید که دو ضلع زاویه قائمه آن ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد. سپس ضلع دیگر آن را اندازه بگیرید.

پروژه‌ی تحقیقی

می‌توان به قضیه (ابطالی) فیثاغورس اشاره‌ای کرد

۴- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که قاعده آن ۳ سانتی‌متر و زاویه رأس آن 40° درجه باشد.

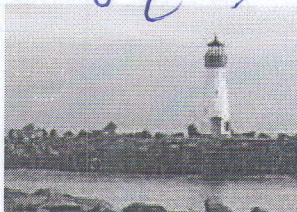
۵- مثلث متساوی‌الساقینی رسم کنید که طول ساق آن $2/5$ سانتی‌متر و زاویه‌های کنار قاعده آن 50° درجه باشد.

$$2 + 3 = 5 < 7$$

خیر نمی‌توان

۶- آیا می‌توان مثلثی با سه ضلع ۲ و ۳ و ۷ رسم کرد؟ چرا؟

مجموع دو ضلع باید بزرگ‌تر از ضلع سوم باشد در غیر این صورت نمی‌توانند بر اقلع می‌کنند



۷- فاصله یک فانوس دریایی از کشتی A، ۵ کیلومتر است. فاصله فانوس

دریایی از کشتی B نیز ۶ کیلومتر است. فاصله دو کشتی از یکدیگر ۴ کیلومتر است.

هم‌اکنون نور فانوس دریایی روی کشتی B است. نور افکن چند درجه باید بچرخد تا

نور آن روی کشتی A بیفتد؟

(هر کیلومتر را یک سانتی‌متر روی دفتر خود در نظر بگیرید. پس از رسم مثلث

زاویه مورد نظر را اندازه بگیرید.)

۸- نقاطی را از مستطیل پیدا کنید که فاصله آنها تا نقطه A برابر ۲ سانتی‌متر باشد. این مسئله در چه صورتی جواب ندارد؟

۱- دو جواب

۲- یک جواب

۳- سه جواب

۴- جواب ندارد

A



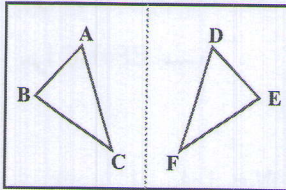
بهر مرکز A و شعاع ۲ سانتی‌متر دایره‌ای را رسم می‌کنیم
چهار حالت بوجود می‌آید

هم نهشتی مثلث ها

فعالیت

درس ورزی

۱- روی یک صفحه کاغذ مثلثی مانند مثلث ABC رسم کنید. کاغذ را مانند شکل از وسط تا کنید و مثلث را پر رنگ تر کنید. تا شکل در طرف دیگر کاغذ مشخص شود. کاغذ را باز کنید و مثلث دیگر را DEF بنامید.



با درس ورزی مفهوم قابل انطباق بودن را متوجه شوند و با چشم ببینند

این دو مثلث ABC و DEF که بر هم منطبق می شوند، با یکدیگر هم نهشت (یا قابل انطباق) هستند و می نویسیم:

$$\triangle ABC = \triangle DEF$$

به جای علامت هم نهشتی از علامت مساوی استفاده شده است

چه راه های دیگری برای بررسی منطبق شدن دو مثلث می دانید؟ (برای مثال استفاده از کاغذ پوستی یا شفاف یا کاغذ

بررسی اجزاء آن ها زاویه ها و ضلع ها

کارین

۲- در دو مثلث هم نهشت (قابل انطباق)، همه اجزای متناظر با یکدیگر مساوی اند تساوی های زیر را کامل کنید:

$$\overline{AB} = \overline{DE} \quad \overline{BC} = \overline{EF} \quad \overline{AC} = \overline{DF} \quad \hat{A} = \hat{D} \quad \hat{B} = \hat{E} \quad \hat{C} = \hat{F}$$

اصلاح شود

۳- مثلث های ABC و DEF را با مشخصات زیر رسم کنید.

$$DE = 3 \text{ cm} \quad DF = 2 \text{ cm} \quad \hat{A} = 40^\circ \text{ cm}$$

$$AB = 3 \text{ cm} \quad AC = 2 \text{ cm} \quad \hat{D} = 40^\circ \text{ cm}$$

آیا دو مثلث با یکدیگر هم نهشت اند؟ تساوی سایر اجزای آنها را بنویسید.

$$\overline{CB} = \overline{FE}, \quad \hat{C} = \hat{F}, \quad \hat{B} = \hat{E}$$

همان طور، که در درس رسم مثلث هم دیدید، با داشتن دو ضلع و زاویه بین آنها فقط یک مثلث به دست می آید، پس می توانیم نتیجه بگیریم: اگر دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلثی با دو ضلع و زاویه بین آنها از مثلث دیگری برابر باشند، آن دو مثلث قابل انطباق و یا هم نهشت اند.

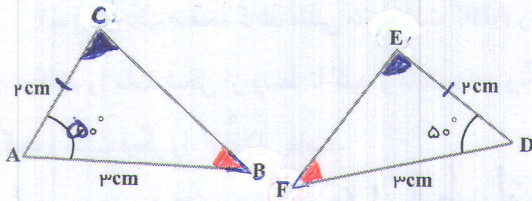
از این نتیجه در انجام فعالیت بعدی کمک بگیرید.

در مواردی در اثبات‌ها از قضایای استفاده می‌شود که هنوز اثبات نشده و به نظر بنده باید مطالبی را که حق استفاده از آن‌ها را داریم را به عنوان نکته یا راهی می‌کرد

اندازه اضلاع دو مثلث در شکل داده شده است.

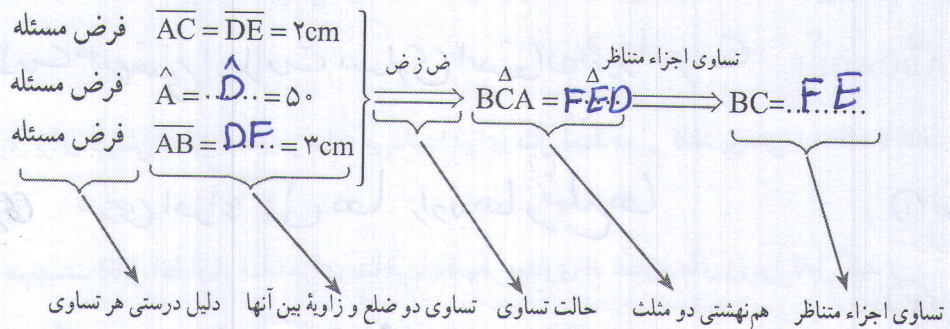
چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $EF=BC$ است؟



در هندسه برای بیان استدلال به شیوه زیر عمل می‌کنیم. قسمت‌های خالی را تکمیل کنید تا استدلال کامل شود.

بخش استدلال کردن
را به صورت گام به گام
آموزش دهید



به همین ترتیب در مورد دو حالت دیگر رسم مثلث نیز می‌توان نتیجه‌گیری کرد و در استدلال کردن برای هم نهشتی

استفاده کرد.

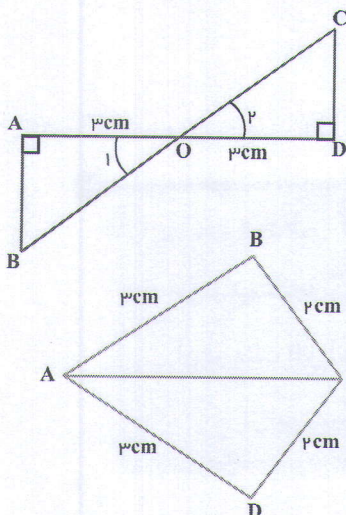
- اگر سه ضلع از مثلثی با سه ضلع مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث بر هم قابل انطباق‌اند.

- اگر دو زاویه و ضلع بین آن، از یک مثلث با دو زاویه و ضلع بین آن، از مثلثی دیگر برابر باشد، آن دو مثلث با

هم، هم نهشت‌اند.

۱- با توجه به شکل استدلال کنید که چرا دو مثلث هم نهشت‌اند؟

چرا $CD=AB$ است؟



قائمه هستند.
فرض مسئله
متقابل به رأس

$\hat{A} = \hat{D}$
 $AO = DO$
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$

$\triangle AOB = \triangle COD$

$\hat{B} = \hat{C}$
 $AB = DC$
 $OB = OC$

۲- دلیل قابل انطباق بودن دو مثلث را بنویسید.

$AC = AC$ (ضلع مشترک)
 $AB = AD = 3\text{cm}$
 $BC = DC = 2\text{cm}$

$\triangle ABC = \triangle ADC$
۴۰

با توجه به اینکه هندسه ی دوی متوسطی اول ناقص است دانش آموزان می توانند اثبات

های متعددی را برای مسئله ها مطرح نمایند

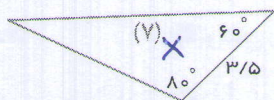
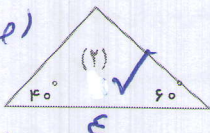
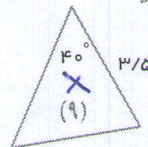
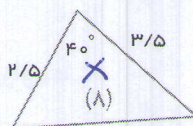
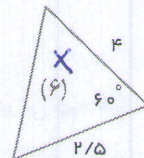
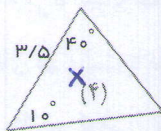
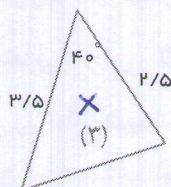
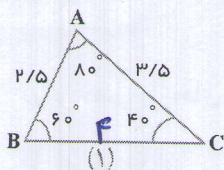
$$\left. \begin{array}{l} c_1 = c_2 = 45 \\ EC = FC \\ AC = AC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AEC = \triangle AFC$$

مثال من فرض

(4) قسمت دوم

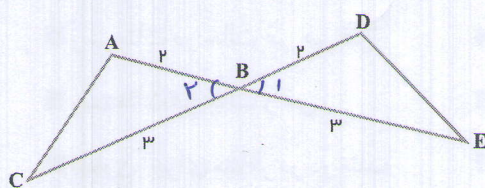
اصلاح شود

۱- مشخص کنید مثلث ABC با کدام مثلث و در چه حالتی برابر است.

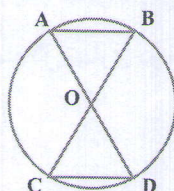


(من فرض)

اصلاح شود



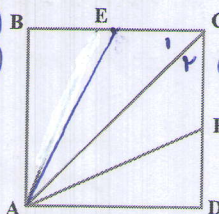
۲- با توجه به شکل مقابل چرا $AC=DE$ ؟



(O مرکز دایره است)

۳- با توجه به شکل مقابل چرا $AB=CD$ ؟

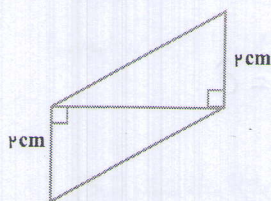
۴- چهارضلعی ABCD، مربع است و نقاط E و F در وسط اضلاع BC و CD قرار دارند اگر E وسط ضلع BC از



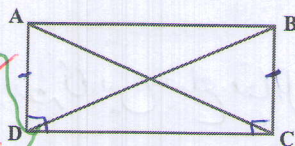
مربع و F وسط ضلع CD از مربع باشد، چرا دو مثلث ABE و ADF هم نهشت اند؟
 $BE=DF$ (مربع فوجی)
 $AB=AD$ (مربع)
 $\angle B=\angle D=90^\circ$
 $\Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADF \Rightarrow AE=AF$ چرا
 چرا دو مثلث AEC و AFC هم نهشت اند؟

دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید و تساوی اجزای متناظر دو مثلث را مشخص کنید.

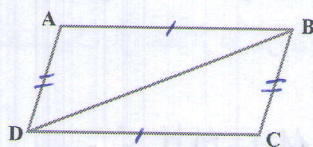
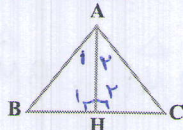
$$\left. \begin{array}{l} AE=AF \\ AC=AC \\ EC=FC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ACF = \triangle AEC$$



۶- چهار ضلعی ABCD مستطیل است. چرا قطرهای مستطیل با هم برابرند؟



$AB=DC$
 $AD=BC$



۷- چهار ضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.
 چرا زاویه های مقابل ($\hat{A}$ و $\hat{C}$) مساوی اند؟

۸- AH هم نیمساز زاویه A است و هم به ضلع BC عمود است.

چرا دو مثلث AHB و AHC با هم قابل انطباق اند؟

۴۱

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = A_2 \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_2 = 90^\circ \\ AH = AH \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH = \triangle ACH$$

در این فصل واژه های زیر به کار رفته اند. مطمئن شوید که می توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ اجزای متناظر ■ متقابل به رأس ■ مثلث های هم نهشت یا قابل انطباق

در این فصل روش های اصلی زیر مطرح شده اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

■ نام گذاری پاره خط، نیم خط و خط ■ نام گذاری زاویه

■ نوشتن رابطه بین پاره خط ها ■ نوشتن رابطه بین زاویه ها

■ نتیجه گیری از چند تساوی درست ■ دلیل تساوی دو زاویه متقابل به رأس

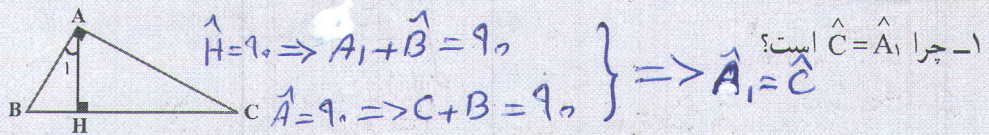
■ رسم مثلث در حالت ض ض ض ■ رسم مثلث در حالت ض ض ض

■ رسم مثلث در حالت ض ض ز ■ رسم مثلث با تبدیل به یکی از سه حالت ترسیم

■ تساوی اجزای متناظر در دو مثلث ■ بیان استدلال تساوی دو مثلث به زبان ریاضی

کاربرد این درس را در فصل های ششم (بردار) و نهم (ترسیم های هندسی) خواهید دید. ضمن آنکه در کشیدن شکل های هندسی،

گرافیک کامپیوتر، طراحی و نیز کاربرد دارد.

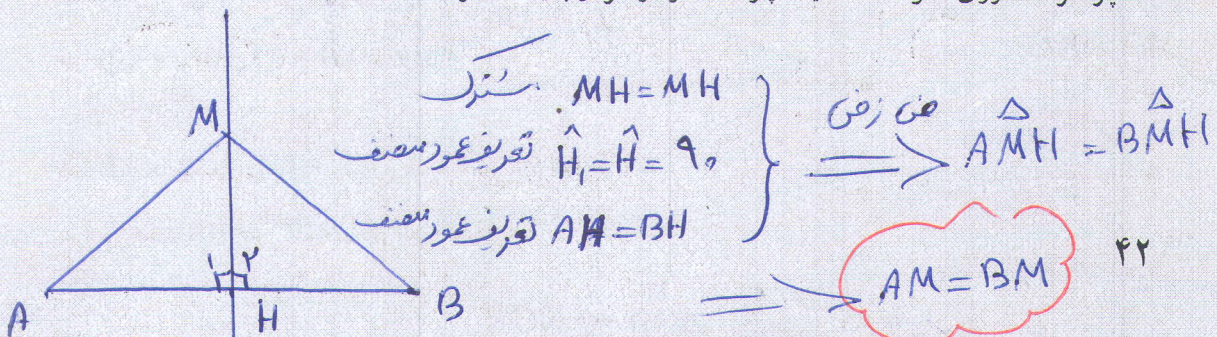


۲- الف) مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وتر آن ۳ سانتی متر و یک زاویه آن 30° درجه باشد.

ب) ضلع روبه رو به زاویه 30° را اندازه بگیرید. چه نتیجه ای می گیرید؟

رابطه ای بین ضلع مقابل به زاویه 30° و وتر را در مثلث قائم الزاویه بررسی کنید

۳- چرا هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن به یک اندازه است؟





جزوه های بیشتر (کلیک کنید) :

گام به گام رایگان هفتم || نمونه سوالات هفتم || جزوه های هفتم



جهت دانلود جدید ترین مطالب بر روی پایه خود روی لینک های زیر کلیک کنید.

ابتدایی

اول ✓ دوم ✓ سوم ✓ چهارم ✓ پنجم ✓ ششم ✓

متوسطه اول

هفتم ✓ هشتم ✓ نهم ✓

متوسطه دوم

دهم ✓ یازدهم ✓ دوازدهم ✓