



MATH-HOME.IR

جبر و معادله

فصل ۲



• الگوهای عددی

• عبارات جبری

• مقدار عددی یک عبارت جبری

• معادله

تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارت ها و معادله های ریاضی را مدل سازی

می گویند. برای مثال هزینه کرایه یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت

برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین

می توان هزینه اتوبوس را به صورت یک عبارت جبری به صورت $C = a + nb$

نمایش داد. حروف a ، b و n به چه معنی هستند؟

۱- بتواند از حروف در بیان روابط کلی و قواعد استفاده کنند.

۲- از حروف برای بیان روابط هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند

۳- عبارتهای جبری را بنمایند و هنگام بیان کردن عبارت ها، جملات مشابه را تشخیص دهند

۴- ضرب عدد در یک عبارت

۵- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کنند

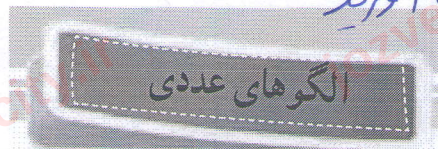
۶- معادله را بنمایند و روش حل معادله را بیان کنند

۷- با تغییر متغیرهای مساوی مسئله را حل کنند

① بحث با الگوی عددی شروع شده تا متغیر را معرفی دار کنیم و دانش آموز متغیر را بفهمد

② رابطه‌ی مربوط به هر شکل را بدست آورید

③ در هر مفهوم به ازای



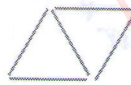
فعالیت

۱- شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

تعداد چوب‌کبریت‌ها = $3 + (n-1) \times 2$

تعداد چوب‌کبریت‌ها = $1 + 2n$

تعداد = $1 + 2n$



(۴)

(۵)

$3+2+2+2$

$3+2+2+2+2$

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب‌کبریت	۳	۵								

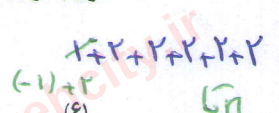
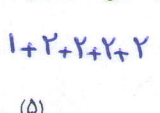
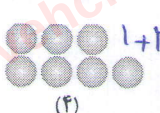
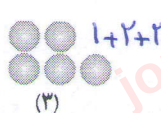
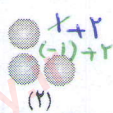
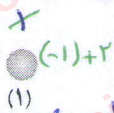
با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها وجود دارد.

$3 + (2+2+2+\dots+2) = 3 + 18 = 21$

تعداد = $3 + (n-1) \times 2$

شکل nام چند چوب‌کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب‌کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

۲- اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.



شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶		n
تعداد دایره								

تعداد = $(-1) + 2n$

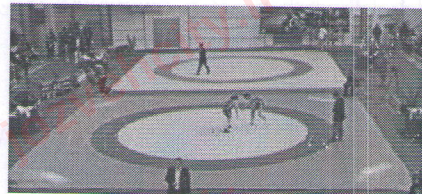
تعداد = $1 + (n-1) \times 2$

تعداد = $1 + (n-1) \times 2$

۳- یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	۵ ۱/۳	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	۲۱ ۱/۳	۳۲	۲۰	۴a

تعداد = $2n - 1$



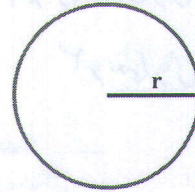
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a، برابر با $4 \times a = 4a$ است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در

جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

۱- در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

$$S = \pi r^2$$

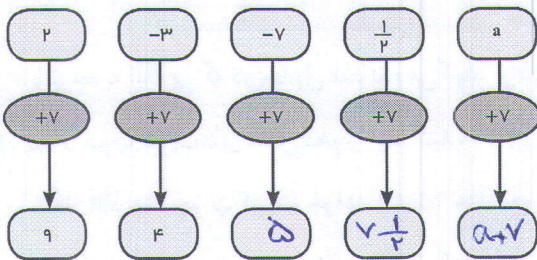
$$p = 2\pi r$$



اول کلای بیان شود

۲- نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟

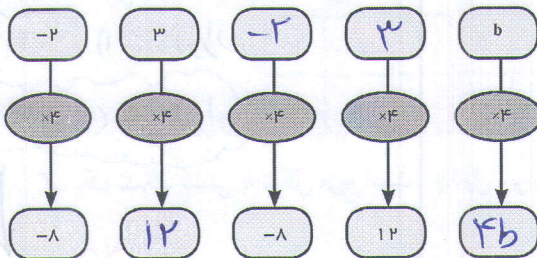
به فارسی توضیح دهید: هر عددی را به علاوه ۷ می‌کنند، اعداد داخل کادر اول را ۷ واحد افزایش می‌دهد.



نمودارها را کامل کنید.

۳- این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟

توضیح دهید: اعداد داخل کادر اول را در عدد ۴ ضرب می‌کنند نمودارها را کامل کنید.



۴- جمله nام الگوهای عددی را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

$2n$ و و ۱۴... و ۱۲... و ۱۰... و ۸... و ۶... و ۴... و ۲...
 $5n$ و و ۲۵... و ۲۰... و ۱۵... و ۱۰... و ۵...
 $3n$ و و ۳۰... و ۲۷... و ۲۴... و ۲۱... و ۱۸... و ۱۵... و ۱۲... و ۹... و ۶... و ۳...
 $1 + (n-1) \times 2$

$2 \times$ شماره‌ی جمله

$5 \times$ شماره‌ی جمله

$3 \times$ شماره‌ی جمله

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به صورت عبارت کلامی بیان می‌کردید را می‌توانید به صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع جابجایی دارد. یعنی $a + b = b + a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

$$a + 0 = a$$

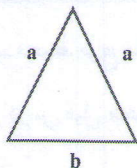
$$a \times b = b \times a$$

$$1 \times a = a$$

۴۵

$$1, 1+2, 1+2+2, 1+2+2+2, \dots, 1+2+2+2+\dots+2 \rightarrow 1+(n-1) \times 2$$

$$(-1)+2, (-1)+2+2, (-1)+2+2+2, \dots, (-1)+2+2+2+\dots+2 \rightarrow 2n-1$$



۱- در مثلث متساوی الساقین مقابل، اندازه ساق را با a و قاعده را با b نشان می دهیم.

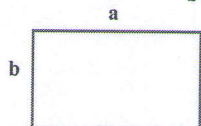
الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می دهیم؟ چون باهم برابر هستند

ب) محیط مثلث را به دست آورید.

$$\text{محیط} = P = \dots a \dots + \dots a \dots + \dots b \dots$$

$$\text{مساحت} = S = \dots a \dots \times \dots b \dots$$

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید.



عرض $\times$ طول

۲- هزینه چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می شود: ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینه چاپ

۸ کارت چقدر می شود؟

$$8 \times 10 + 300 = 380 \text{ تومان}$$

$$10n + 300$$

هزینه چاپ تعداد n کارت چقدر می شود

۳- حمید هر روز چند صفحه قرآن می خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می خواند، تعداد صفحاتی

را که او در یک هفته می خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴- هزینه ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ هزار تومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینه این اردوگاه

را برای مدرسه ای که تعداد دانش آموزان a است، با یک عبارت جبری بنویسید.



$$1000 \times a + 200,000$$

$$1000 \times \text{تعداد دانش آموزان} + 200,000$$

۵- جمله n ام الگوهای زیر را بنویسید.

شماره ی عدد در هر مربع برابر ضرب شود

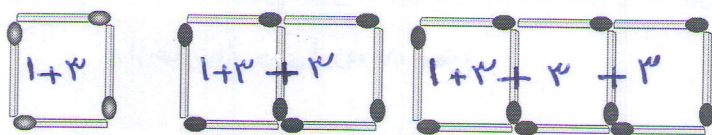
$$\begin{array}{c} 2 \times 4 \\ \downarrow \\ 4 \times 4 \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \times 4 \\ \downarrow \\ 6 \times 4 \end{array} \quad \begin{array}{c} 4 \times 4 \\ \downarrow \\ 8 \times 4 \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{c} n \times 4 \\ \downarrow \\ 4n \end{array}$$

$$\frac{1}{n} \rightarrow \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \frac{1}{n}$$

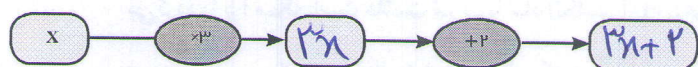
۶- شکل n ام چند چوب کبریت خواهد داشت؟

چوب کبریت ها سه تا سه تا اضافه شده است

$$\text{شکل } n \text{ام} = 1 + 3n$$

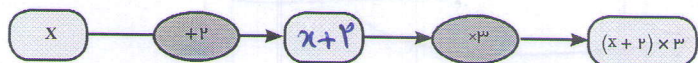


۷- اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



x در عدد ۳ ضرب شد $x \times 3$

حاصل $3x$ با عدد ۲ جمع شد است $3x + 2$

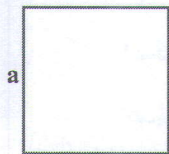


$$\begin{array}{c} x \\ \downarrow \\ x + 2 \end{array}$$

x (عدد ورودی) را با عدد ۲ جمع کردیم

$$\begin{array}{c} x + 2 \\ \downarrow \\ (x + 2) \times 3 \end{array}$$

حاصل $(x + 2)$ را در عدد ۳ ضرب کردیم



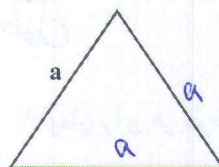
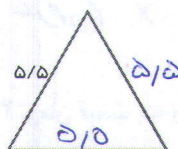
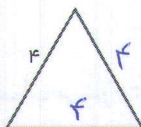
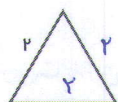
$$p = a + a + a + a + \dots$$

۱- محیط مربع مقابل را به دست آورید.

در درس قبل محیط مربع به صورت $4a$ نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$$a + a + a + a = 4a$$

۲- محیط مثلث متساوی الاضلاع را به دو صورت به دست آورید.

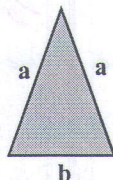


$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2$$

۳- حالا محیط مثلث متساوی الساقین و مستطیل را به دست آورید.

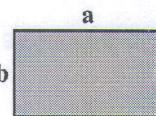
$$p = a + a + \dots + a + b + \dots + b =$$

$$p = 2a + b$$



$$p = a + a + \dots + a + b + b + \dots + b =$$

$$p = 2a + 2b$$



چرا می توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از یک جنس هستند
آیا می توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از یک جنس نیستند



یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه هایی

از عبارت های جبری آورده شده است:

$$3x - 7 \text{ و } 5z \text{ و } m \times 5n \text{ و } 4 + \frac{p}{q}$$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت « $\cdot$ » یا پرانتز برای حاصل ضرب بین آنها استفاده می شود و از نماد « $\times$ » پرهیز

می گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی « x » به عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر

x و y را به صورت های مختلف نمایش داده ایم که همگی آنها، یکسان اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

$$xy, x \cdot y, x(y), (x)y, (x)(y)$$

ضرب دو متغیر

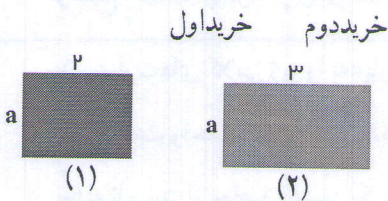
۱- در بعضی از کشورها میوه را به صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

قیمت ۵ سیب: $5a$ قیمت ۷ گلابی: $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی: $3a+2b$

اگر فردی از میوه فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟

$$= 5a + 4b + \dots + \dots = \text{هزینه}$$

* چون سیب‌ها از جنس متفاوتی هستند پس باید جمع کردن می‌باشند



۲- الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.

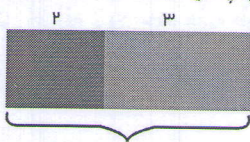
دست‌ورزی

$$S_1 = 2a \text{ مساحت مستطیل (۱)} \quad S_2 = 3a \text{ مساحت مستطیل (۲)}$$

$$S = S_1 + S_2 = 2a + 3a = 5a$$

$$(2+3)a = 2a + 3a$$

توزیع پذیری را نشان می‌دهد



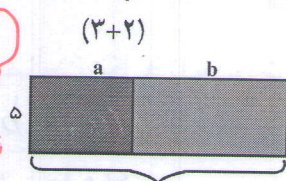
$$S = (2+3)a = 5a$$

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به دست آمده است؟

چون عرض‌ها با هم برابرند پس مستطیلی به عرض a و طول $2+3$ داریم

$$5(a+b) = 5a + 5b$$

توزیع پذیری یا اکتوری سرور



$$5a + 5b = 5(a+b)$$

آموزش فاکتورگیری

۳- مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.

هر کدام از عبارت $2a$ ، $3a$ ، $4b$ و $5b$ یک جمله است. دو جمله a ، $3a$ متشابه‌اند اما $8b$ و $3a$ متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم در نظر می‌گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می‌کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت، منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابجایی اعمال جمع و تفریق یا یکدیگر، خاصیت شرکت پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز، $(ab)c$ ، $a(bc)$ الزامی است.

جمله متشابه

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$$(3n+1) + (2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2 \quad (4n-7) + (7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$$

$$3a-8b+6a+6b = 9a-2b \quad 7a+6a-2a+3b = a+3b$$

$$4x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8 \quad 2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$$

۴۸

مرحله اول

$$4x + (-6y) + 1 + (-3x) + 2y + 7$$

(اضافه کردن علامت جمع)

$$(4x + (-3x)) + ((-6y) + (2y)) + (1+7)$$

رسته بندی

$$x + (-4y) + 8 = x - 4y + 8$$

$$3(2x+5y) = 3 \times (2x) + 3 \times (5y)$$

$$= (3 \times 2)x + (3 \times 5)y$$

$$= 6x + 15y$$

① دسته بندی

② فاکتورگیری

③ ساده نویسی و انجام عملیات های جمع و تفریق

در زیر نحوه جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$$6x+5y-4x+8y = (6x-4x)+(5y+8y) = (6-4)x+(5+8)y = 2x+13y$$

همچنین نحوه ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$$3(2x+5y) = 3 \times 2x + 3 \times 5y = 6x+15y$$

$$-(3x-5y) = -1 \times 3x - 1 \times (-5y) = -3x+5y$$

$$(-1) \times (3x + (-5y)) = (-1) \times (3x) + (-1) \times (-5y)$$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت های جبری استفاده می کنید.

$$= (-1 \times 3)x + (-1 \times (-5))y = -3x + 5y$$

۱- عبارت های کلامی زیر را به عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد $a+8$ ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد $4x-7$

$$\frac{2}{3}p$$

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ $\frac{a}{5}+9$ د) دو سوم محیط (p)

۲- فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک جادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی - ایرانی

معرفی شده است، خریداری کند قیمت این جادر $4s+5d$ است. اگر او در حال حاضر ۴s تومان داشته باشد و هرهفته d تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟ 5 هفته طول می کشد

۳- یک عبارت کلامی برای عبارت های جبری زیر بنویسید.

$$4x-7$$

$$a+8$$

$$7x$$

۴- محیط و مساحت شکل ها را به صورت جبری بنویسید.

$$p = 2(3a+2b)$$

$$p = 4a + 4b$$

$$s = 3a \times 2b$$

$$s = (3 \times 2)ab$$

$$s = 6ab$$

$$s = 4ab$$

۵- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$1) 3a-8+7a+6b = 10a+6b-8$$

$$2) 3p+4t-2p+7t = p+11t$$

$$3) (4n-7)+(5n+6) = 9n-1$$

$$4) (2x-8)-(3x+7) = -x-15$$

$$5) 4(2x-1)+3x-7 = 11x-11$$

$$6) 2x-7-(4x+8) = -2x-15$$

$$7) 6-7e+9h-2h+5e = -2e+7h+6$$

$$8) 4(y+x+2)-8(x-6+1) = 4y-4x+48$$

$$9) 4x+7y-8x+2y+6x = 2x+9y$$

۶- کدام عبارت جبری زیر را می توان به صورت ساده تری نوشت؟

$$1) t+5t = 6t$$

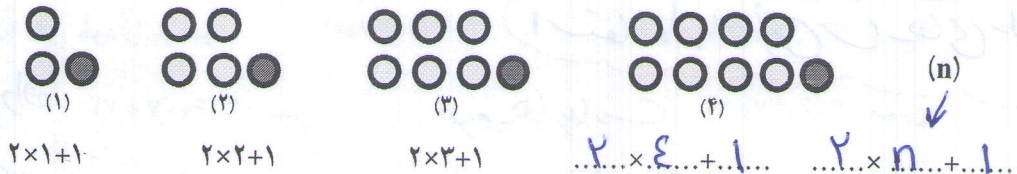
$$2) -u-3v+4$$

$$3) 3z+9y$$

$$4) 7m-9n$$

 $7x \leftarrow 7$ برابر پول علی $a+8 \leftarrow$ پول سارا ۸ تومان بیشتر $4x-7 \leftarrow$ از ۴ برابر پول زینب ۷ تومان کمتر است

۱- به شیوه شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شماره شکل‌ها وجود دارد؟



الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل n را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید. $10 \times 2 + 1 = 21$

۲- اگر جمله nام یک الگو $3n - 5$ باشد، جمله چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳- عبارت $2n - 7$ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

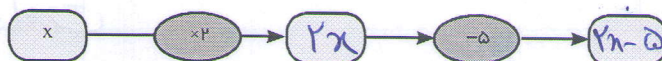
n	۱	۳	۰	۸	-۵	-۷	$\frac{۳}{۲}$
$2n - 7$	$2 \times 1 - 7 = -5$	-1	-7	9	-17	-21	-4

$$\begin{aligned} 2 \times \frac{3}{2} - 7 \\ = 3 - 7 \\ = -4 \end{aligned}$$

۴- برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطه $p = 4a$ را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$$p = 4 \times 5 = 20$$

۵- در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



$$2x - 5$$

↓

$$\begin{aligned} 2 \times 3 - 5 &= 6 - 5 \\ &= 1 \end{aligned}$$

در یک عبارت جبری اگر به جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت

به دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبه مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت

کنید. در مثال زیر به نحوه ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$$\begin{aligned} a - (a - 2b) \quad a = 5, \quad b = 3 \\ 5 - (5 - 2 \times 3) = 5 - (5 - 6) = 5 - (-1) = 5 + 1 = 6 \end{aligned}$$

الویه یا رازی
سود

۱- حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=3$, $t=6$ محاسبه کرده اند. کدام یک پاسخ را درست

استفاده از ماشین حسابی علمی

$$3(t+27 \div s)$$

به دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

حسین: $3(6+27 \div 3)$

$$= 3 \times (6+9)$$

$$= 3 \times 15 = 45 \checkmark$$

الویت ها رعایت

نشده است

حسن: $3(6+27 \div 3)$

$$= 3 \times (33 \div 3)$$

$$= 3 \times 11 = 33 \times$$

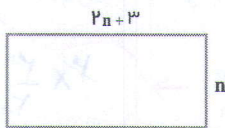
حسن ابتدا جمع را انجام داده

در صورتی که تقسیم مقدم

است

۲- مقدار عددی عبارت را به ازای $a=2$ به دست آورید.

$$\frac{4a-1}{1+2a} = \frac{4 \times 2 - 1}{1 + 2 \times 2} = \frac{8-1}{1+4} = \frac{7}{5}$$



$$(2n+3) \times n$$

۳- مستطیل مقابل را در نظر بگیرید.

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید

$$4 \times (2 \times 4 + 3) = 4 \times 11 = 44$$

ب) اگر $n=4$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

۴- مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=3$ و $y=4$ به دست آورید.

$$x(y \times y - 8) \div 12 =$$

$$3 \times (4 \times 4 - 8) \div 12$$

$$3 \times 8 \div 12 = 24 \div 12 = 2$$

در انجام تقسیم ضرب الویت از سمت

نکته

چپ است

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=2$ و $y=3$ پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 3 \times (4-9) - 5(2-6) = -15 + 20 = 5$$

$$3(2 \times 2 - 3 \times 3) - 5(2 - 2 \times 3) =$$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددی داده شده، پیدا کنید.

$$3(2x-3y)-5(x-2y) = 6x-9y-5x+10y = x+y = 2+3 = 5$$

از مقایسه جواب ها چه نتیجه ای می گیرید؟ برای سادگی کار می توانیم ابتدا عبارت های

جبری را ساده نویسی (مختصر نویسی) کنیم سپس حاصل را به دست آوریم

۱- سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام

$$7000k + 2000s$$

۲۰۰۰ تومان خریداری می‌کند.

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید. $7000 \times 3 + 2000 \times 4 = 21000 + 8000 = 29000$

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.



۲- کتابخانه ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی

دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم

تا هفتم هجری) نگهداری می‌کند. اگر m نسخه خطی و n نسخه چاپی در این کتابخانه

نگهداری شود و از هر نسخه خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخه چاپی یک میکروفیلم تهیه

شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

اگر ۱۰۰۰ نسخه خطی و ۵۰۰۰ نسخه چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل

$$2 \times 1000 + 5000 = 7000$$

میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

۳- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدددهای داده شده به دست آورید.

$$m + (n-1)(n-1) \quad m=3 \quad n=-4 \quad -6x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

$$3 + (-4-1)(-4-1) = 3 + 25 = 28$$

$$-6x + y(x-y) \quad x=8 \quad y=1$$

$$-48 + 1(8-1) = -48 + 7 = -41$$

a	2	-5	$\frac{3}{4}$
a+7	9	2	$\frac{3}{4} + 7 = 7\frac{3}{4}$

b	3	-3	0	$-\frac{1}{2}$
$-3b+4$	-5	13	4	$5\frac{1}{2}$

۴- مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایه هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینه بلیط قطار

برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

$$30000a$$

الف) هزینه خرید بلیط برای a دانش‌آموز را به صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایه هفتم باشد، برای تهیه بلیط قطار دانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

$$30000 \times 120 = 3,600,000$$

۵- مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عدددهای داده شده به دست آورید.

$$\begin{cases} x=10 \\ y=20 \end{cases} \quad 4x-3y+7x-2(2x-y+3)$$

$$= 11x - 3y - 4x + 2y - 6$$

$$= 7x - y - 6$$

$$= 70 - 20 - 6$$

$$= 44 - 6$$

$$= 38$$

$$\begin{cases} x=1/7 \\ y=-0/6 \end{cases} \quad 2(x-3y+1) - (2x-6y-3)$$

$$2x - 6y + 2 - 2x + 6y + 3$$

$$= 5$$

کلامی: چون P مربع است

۱- محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟

$$p = 4a$$

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ به جای P

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به دست آورید؟ ضلع مربع

$$4a = 12$$

این مقدار از حل کدام رابطه به دست آمده است؟

۲- حالا می خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $6n + 7 = 37$ یعنی چه عددی به جای n در نظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای

این کار به جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵ ✓	۶
$6n + 7 = 37$	$6 \times 3 + 7 = 25 \neq 37$	$24 + 7 \neq 37$	$30 + 7 = 37$	$34 + 7 \neq 37$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵

پاسخ معادله چیست؟ $n = 5$

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می شود.

برای مثال $6n = 37$ و $4n = 12$ معادله هستند. جواب های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را

برقرار می کنند.

پاسخ معادله های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$$8x - 7 = 17$$

$$x = 3$$

$$5(x + 2) = 40$$

$$x = 4$$

$$x \times x = 4$$

$$n = 2$$

$$n = -4$$

دقت شود

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا طولانی است

وضعی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن است

۱- به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ +3 \downarrow \\ 4+3=4+3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ -7 \downarrow \\ -7+4=-7+4 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ +1/5 \downarrow \\ 4+1/5=4+1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 4=4 \\ -\frac{2}{3} \downarrow \\ 4+(-\frac{2}{3})=4+(-\frac{2}{3}) \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ می‌توانیم مقدار دخواص را به دو طرف معادله اضافه کنیم

$$a=b \implies a+c=b+c$$

تقسیم هم گفته شود

۲- دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟ اصلاح شود

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times 3 \downarrow \\ 3 \times 8 = 3 \times 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times -2 \downarrow \\ 8 \times (-2) = 8 \times (-2) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times 1/5 \downarrow \\ 8 \times (1/5) = 8 \times 1/5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 8=8 \\ \times \frac{3}{4} \downarrow \\ 8 \times \frac{3}{4} = 8 \times \frac{3}{4} \end{array}$$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف تساوی را می‌توانیم در عدد دخواص ضرب کنیم

۳- توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجه فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$$\Rightarrow 2x-1+1=7+1$$

$$\Rightarrow 2x=8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 2x = 8 \times \frac{1}{2}$$

$$x=4$$

مراحل حل معادله بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x-1=7 \rightarrow 2x=7+1=8 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$$

۱- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$-8=2x+4 \Rightarrow x=-6$$

$$9=4x-7 \Rightarrow x=4$$

$$2x-4=x \Rightarrow x=4$$

$$3+4x=11 \Rightarrow x=2$$

$$3x-4=x \Rightarrow x=2$$

$$x-6=10 \Rightarrow x=16$$

اصلاح شود

$$2x-4=x$$

$$\Rightarrow 2x-4-x=x-x$$

$$\Rightarrow x-4=0$$

$$\Rightarrow x-4+4=0+4$$

$$\Rightarrow x=4$$

مقدار x را از دو طرف برداریم

به دو طرف مقدار ۴ واحد اضافه می‌کنیم

$$1m + 400 = 4000 \Rightarrow 1m = 3600 \Rightarrow m = 3600 \text{ تومان} \quad (3)$$

$$12x + 3/4 = 30 \Rightarrow 12x = 29.75 \Rightarrow x = 2.48 \text{ متر} \quad (4)$$

$$(n-2) + x + (n+2) = -42 \Rightarrow x = -14 \quad (1)$$

عدد زوج و زوج

همان طور که، در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از

حروف را آموخته اید، مسئله زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه را در باغچه ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۶ گل

تا اضافه آورد او به طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواسته مسئله: x: تعداد بنفشه ها در هر متر مربع

$$4x + 4 = 100$$

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله):

$$4x = 100 - 4 = 96$$

(حل معادله):

$$x = 96 \div 4 = 24$$

فایل

فایل

۱- معادله های زیر را حل کنید.

$$x = 4$$

$$1) 2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3$$

$$2) 3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3$$

$$3) 2x - 2 = 10$$

$$4) 2x + 7 = 1 \Rightarrow x = -3$$

$$5) 7 + 2x = -8 \Rightarrow x = -7.5$$

$$6) 3x - 1 = 10 \Rightarrow x = 11/3$$

$$7) 2x - 4 = x - 3 \Rightarrow x = 1$$

$$8) x - 1 + 3x = 6x - 7 \Rightarrow x = 3$$

۲- فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به طور

$$4x + 10 = 100 \Rightarrow x = 15$$

متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟

۳- محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۴۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

اصلاح شود

۴- از یک توپ پارچه ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند

متر پارچه مصرف شده است؟

$$-1/3 - 1/2 = -1/3 + 1/2 = -2/6 + 3/6 = 1/6$$

$$5- \text{آیا } x=2 \text{ جواب معادله } \frac{x-4}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6} \text{ است؟ چرا؟}$$

$$6- \text{آیا } x=-3 \text{ جواب معادله } x \times x - 3x = 0 \text{ است؟ چرا؟} \quad (-3) \times (-3) - 3 \times (-3) = 9 + 9 = 18 \neq 0$$

۷- احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد

$$x + (x+4) = 36 \Rightarrow x = 15$$

احمد = ۲۱
بهمن = ۱۵

کتاب صحافی کرده است؟

حل سه تمرین زیر برای همه دانش آموزان الزامی نیست.

$$-14, -14, -12$$

۸- سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود.

$$x + (x+1) = 19 \Rightarrow x = 9$$

۹- دو عدد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد.

۱۰- چهار عدد صحیح فرد متوالی را بگونه ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

$$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -10$$

۵۵

$$4x = -10 - 12 = -22$$

$$x = -22/4 = -5.5$$

$$(-23) + (-21) + (-19) + (-17) = -80$$

حل سوال ۴ = در هر روز باید بسوزاند $\Rightarrow x = \frac{3500 \times 1/8}{14 \times 1/45} = 1000$

$$\begin{array}{r|l} 3500 & 1/45 \\ \hline 14x & 1/8 \end{array} \Rightarrow x =$$

روش دوم $\Rightarrow y = 14000$ کالری باید بسوزاند

$$\begin{array}{r|l} 3500 & 1/45 \\ \hline y & 1/8 \end{array} \Rightarrow y =$$

میزان کالری که در روز باید بسوزاند $\Rightarrow x = 1000$

$$14x = 14000 \Rightarrow x = 1000$$

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ الگوی عددی ■ عبارت جبری ■ متغیر ■ جملات متشابه ■ معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

■ نوشتن جمله nام یک الگو ■ پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن

■ تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری ■ تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله

■ نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری ■ پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

■ ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه ■ مفهوم معادله و جواب معادله

■ ضرب عدد در پرانتز ■ روش حل معادله

■ ساده کردن عبارت و سپس محاسبه مقدار عبارت جبری (۳) راه تست عدد زوج و فرد $-\frac{1}{2} = -2$

$-5, -3, -1, 1, 3, 5$

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و

قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفاده زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به خوبی فرا گرفته‌اید.

۱- مقدر عبارت جبری زیر را به ازای $x = -1$ و $y = -2$ پیدا کنید.

$$3(2x - y + 1) - 4x + y - 3 - (2x - y - 7) = 6x - 3y + 3 - 4x + y - 3 - 2x + y + 7$$

$$-y + 7 = -2 + (-1) = -3$$

۲- معادله زیر را حل کنید.

$$2x - 3x + 2(x + 2) = 14 \Rightarrow -x + 2x + 4 = 14 \Rightarrow x = 10$$

۳- چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸- شود. $x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -8 \Rightarrow 4x = -20 \Rightarrow x = -5$

۴- شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۴۵۰ کیلوگرم از ورزش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز

بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از ورزش کم شود، چقدر است؟ حل در بالا

۵- یک مسئله بنویسید که متناظر با معادله مقابل باشد. $2x - 1 = 7$

۵۶ عددی را پیدا کنید که اگر از دو برابر آن یک واحد کمتر حاصل برابر ۷ می‌شود

تمرین های دوره ای ۲

۱- چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هر کدام از عبارات جبری

فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است:

iv الف) پنج مقدار بیشتر از n $n+5$
 ii ب) چهار برابر تفاضل y و 3 $4(y-3)$
 iii د) حاصل ضرب x و y تقسیم بر 3 $\frac{xy}{3}$
 i) $\frac{19}{3}$ (ج) یک سوم عدد ۱۹
 (iv) $n+5$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (i) $\frac{19}{3}$

۲- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

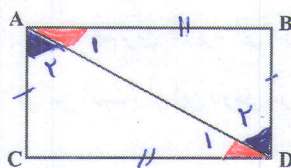
$$\begin{aligned}
 -5-8+9 &= -4 & 7+3-18 &= -8 & -12+12+3 &= 3 \\
 -4-5-6 &= -15 & -3+14-11 &= 0 & -8+12-4 &= 0
 \end{aligned}$$

۳- عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$\begin{aligned}
 5f+8f+2+10f-9 &= 23f-7 & 3a+7+3a-5a-10 &= a-3 \\
 -4(x+1)+2(x+1) &= -2x-2 & -6(y+x-1)+3(1-8-y) &= -9y-4x-15
 \end{aligned}$$

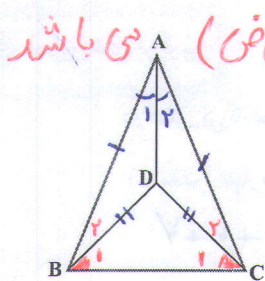
۴- مثلث قائم الزاویه ای رسم کنید که وترش ۵ سانتی متر و یک زاویه آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث

استفاده کرده اید؟



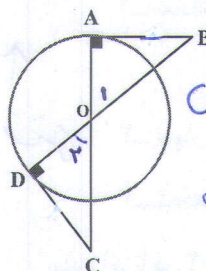
۵- چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید.

فرض $AC = DB$
 فرض $DC = AB$
 فرض $\hat{C} = \hat{B} = 90^\circ$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA$ (۱)
 فرض $\hat{A}_1 = \hat{D}_1$
 فرض $\hat{D}_2 = \hat{A}_2$
 فرض $AD = AD$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle DCA$ (۲)



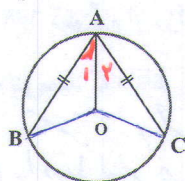
۶- در شکل مقابل $AC = AB$ و $DC = BD$ است. چرا AD نیمساز زاویه A است؟

فرض $AB = AC$
 فرض $BD = CD$
 فرض $AD = AD$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD$ نیمساز است
 فرض $AB = AC \Rightarrow \hat{B} = \hat{C}$
 فرض $DB = DC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle ACD \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow AD$ نیمساز است



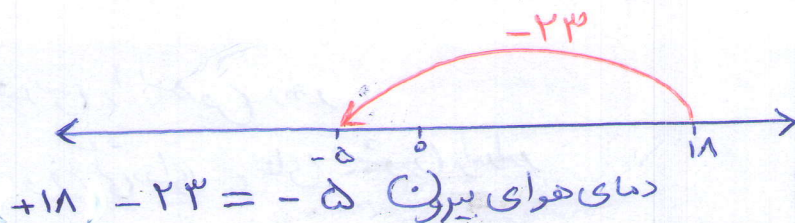
۷- با توجه به شکل دلیل تساوی دو پاره خط AB و DC و همچنین دو پاره خط OB و OC را بنویسید.

فرض $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 فرض $\hat{A} = \hat{C} = 90^\circ$
 فرض $OA = OD$
 $\Rightarrow \triangle OAB = \triangle ODC$
 افزای متساوی
 $AB = DC$
 $OB = OC$



۸- می دانیم $AC = AB$ است؟ چرا OA نیمساز زاویه A است؟

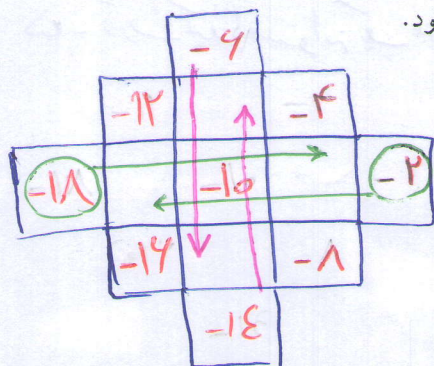
فرض $AB = AC$
 فرض $OA = OA$
 فرض $OB = OC$
 $\Rightarrow \triangle OAB = \triangle OAC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{A}_2$



۹- در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق +۱۸ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را

از رادیو شنید، حساب کرد و گفت: هوای بیرون ۲۳ درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰- جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر ۳۰- شود.



-۱۲	-۱۴	-۴	= -۳۰
-۲	-۱۰	-۱۸	= -۳۰
-۱۴	-۴	-۸	= -۳۰
-۳۰	-۳۰	-۳۰	= -۳۰

-۲, -۴, -۶, -۸,
-۱۰, -۱۲, -۱۴, -۱۶, -۱۸

۱۱- یک ماشین عددساز با قانون زیر کار می کند.

«عدد ورودی را در ۳ ضرب کن و حاصل را با ۷ جمع کن»

با وارد کردن عدد ۲ به این دستگاه چه عددی خارج می شود؟

اگر عدد خارج شده ۵ باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟

$$3x + (-7)$$

$$3x - 7 = 5 \Rightarrow x = 4$$

$$-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots + 49 + 50 =$$

$$(-1+2) + (-3+4) + \dots + (-49+50) = 25$$

۱۲- حاصل عبارت روبه رو را به دست آورید.

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می کند.

۱۳- با کارت های عدد به صورت ۶ ۴ ۲ ۰ -۱ -۳ -۵ -۷ جاهای خالی را کامل

کنید.

$$4 + (-1) = 5$$

$$(-7) + 4 = 3$$

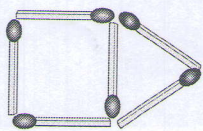
$$(-5) + 4 = -1$$

$$-7 + (-5) + (-3) = \text{کمترین مقدار ممکن}$$

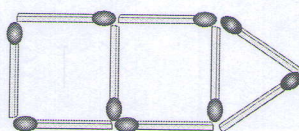
$$4 + 0 + 4 = \text{بیشترین مقدار ممکن}$$

$$(-7) + 4 = -1$$

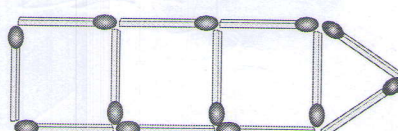
۱۴- با توجه به الگویی که در ساختن شکل های زیر است، تعداد چوب کبریت های لازم برای شکل n را پیدا کنید.



$$4 + 2 + 2 = 8$$

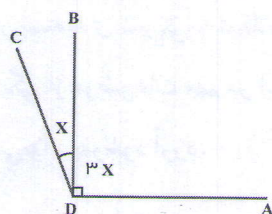


$$4 + 3 + 3 + 2 = 12$$



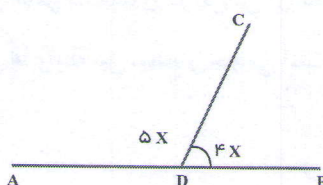
$$4 + 3 + 3 + 3 + 2 = 16$$

$$3n + 2$$



$$3x = 90$$

$$x = 30$$



$$9x = 180$$

$$x = 20$$

۱۵- مقدار x را بدست آورید

$$3(n+1)$$