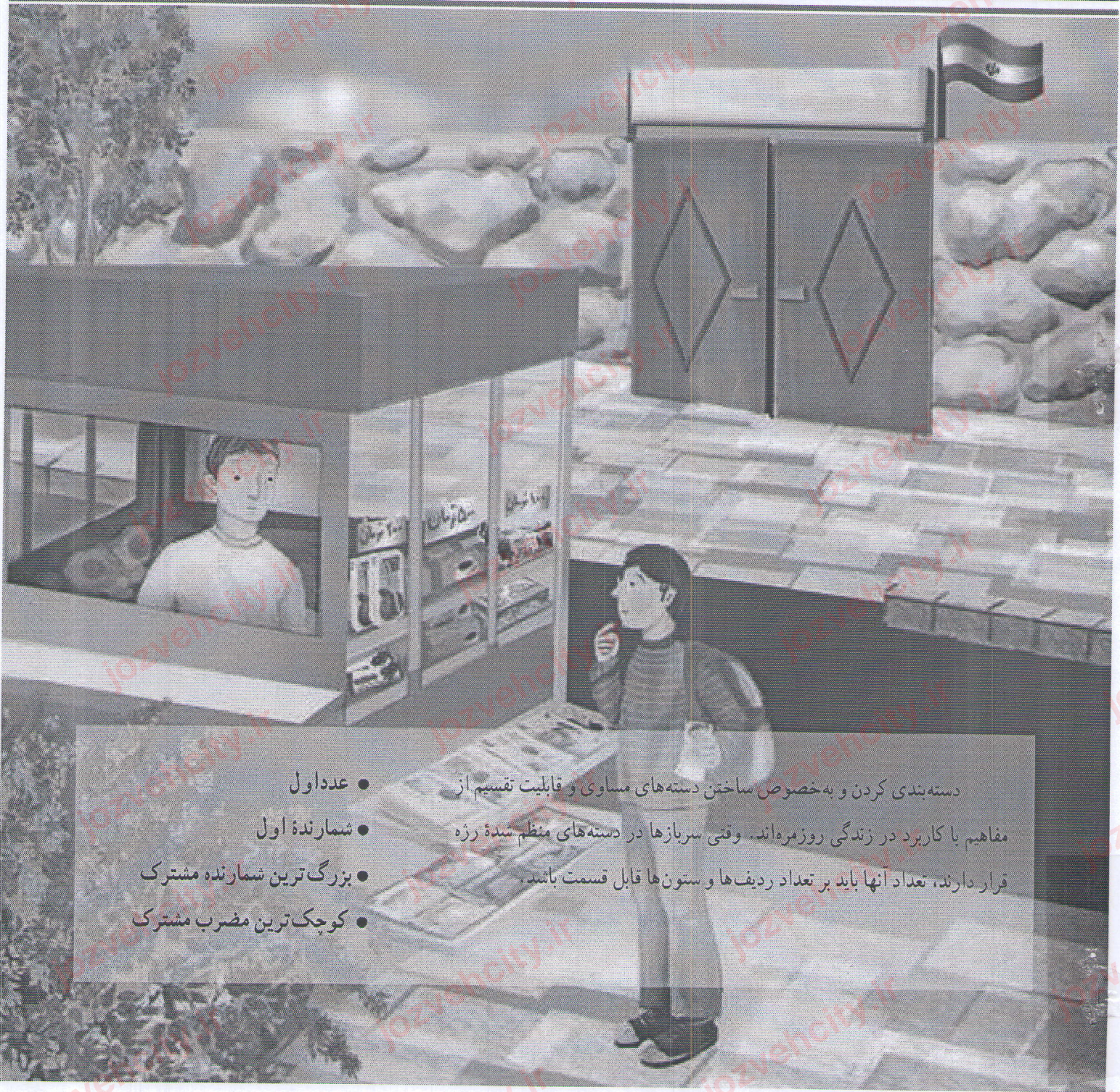
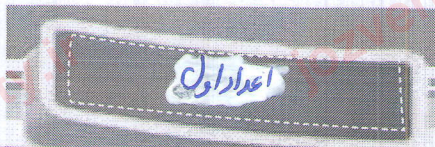


شمارنده‌ها و اعداد اول

فصل ۶



- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک
- دسته‌بندی کردن و به‌خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از
- مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سربازها در دسته‌های منظم شده رژه
- قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشد.



شمارنده کی بد عدد

فعالیت

۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. جدول تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟
 در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟ ثبت نام در تیم های زیر چه می توانیم روئیم درست کنیم
 والیبال مناسب نیست و می وضع در تیم فوتبال خراب است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	پینگ پنگ	بدمینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۲	۲

یا سبحان زانکه

با کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.
 ۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی $6 = 2 \times 3$ سه دسته ۲ تایی $6 = 3 \times 2$

۶ دسته ۱ تایی $6 = 1 \times 6$ یک دسته ۶ تایی $6 = 6 \times 1$

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم ها نباید باقی مانده بیاورند).

یعنی ۱۰ را می توان ۲ تا ۲ تا شمرد $10 \div 2 = 5$

$10 \div 5 = 2$

$10 \div 10 = 1$ $10 \div 1 = 10$

۴- دایره را مانند نمونه به دسته های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می شود شمرد. به

این ترتیب شماره های عدد ۱۲ به دست می آید.



۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۲ : شماره های ۱۲

فعالیت دست و زری

اصلاح نمود

کار در کلاس

۱- با یکی از روش های بالا شماره های هر عدد را مشخص کنید.

شماره های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

شماره های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

شماره های ۹ : ۱، ۳، ۹

شماره های ۸ : ۱، ۲، ۴، ۸

۲- عدد ۲، شماره ۴ هست. ۴ هم شماره ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شماره ۱۲ هم هست؟ چرا؟
 a شماره ۲ هست و b شماره ۴ است پس a شماره ۱۲ است

۳- به طور کلی اگر a شماره ۲ باشد، b هم شماره ۲ باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a شماره ۲ هم هست؟ چرا؟

کلاسی

آری

★ شماره‌های یک‌عدد عددی طبیعی است. زیرا بر عدد منفی نمی‌تواند عددی را شمارد.

MATH-HOME.IR

۱- جدول زیر را کامل کنید. شماره‌های عدد را از کوچک به بزرگ بنویسید.

عدد	شماره‌های عدد			
۹	۱	۳	۶	
۱۵	۱	۳	۵	۱۵
۴	۱	۲	۴	
۱۴	۱	۲	۷	۱۴
۵	۱	۵		
۱۳	۱	۱۳		

با دیدن این جدول چه نتیجه‌ای می‌توان گرفت؟

عدد یک شماره‌نده همه اعداد است.

کوچک‌ترین شماره‌نده هر عدد یک است.

بزرگ‌ترین شماره‌نده هر عدد خود آن عدد است.

همه شماره‌نده‌های یک عدد آن عدد می‌شمارد

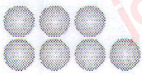
بعضی از عددها فقط دو شماره‌نده دارند.

هر عدد بزرگ‌تر از ۱ حداقل دو شماره‌نده دارد.



اصلاح

۲- برای عدد ۷ از روش‌های ضرب یا تقسیم کردن یا دسته‌بندی استفاده کرده و شماره‌نده‌های آن را پیدا کنید.

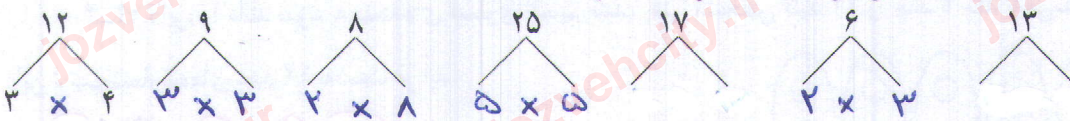


اعداد اول

به عددهایی مثل ۵، ۱۳ و ۷ که فقط ۲ شماره‌نده دارند و آن دو شماره‌نده عدد یک و خود آن عدد می‌باشد،

عدد اول می‌گویند.

۱- مانند نمونه عددها را به حاصل ضرب دو عدد غیر از یک بنویسید.



کدام عددها را نمی‌توان به صورت ضرب دو عدد غیر از یک نوشت؟ ۱۳، ۱۷

آیا می‌توان گفت هر عددی که به صورت ضرب دو عدد، بزرگ‌تر از یک نوشته شود، اول نیست؟ آری

۲- با قاعده‌های بخش‌پذیری بر ۲، ۳، ۵، که در دبستان آموخته‌اید و یا روش‌های بالا، مشخص کنید کدام یک از عددهای

طبیعی کمتر از ۳۰، اول هستند. دور آنها را خط بکشید. عددهایی را که اول نیستند، به صورت بالا با ضرب دو عدد غیر از یک

نشان دهید.

با سنج باز است

۱	(۲)	(۳)	۴ ۲×۲	(۵)	۶ ۲×۳	(۷)	۸ ۲×۴	۹ ۳×۳	۱۰ ۲×۵
(۱۱)	۱۲ ۲×۶	(۱۳)	۱۴ ۲×۷	۱۵	۱۶ ۴×۴	(۱۷)	۱۸ ۲×۹	(۱۹)	۲۰ ۵×۴
۲۱	۲۲ ۲×۱۱	(۲۳)	۲۴ ۲×۱۲	۲۵ ۵×۵	۲۶ ۲×۱۳	۲۷ ۳×۹	۲۸ ۲×۱۴	(۲۹)	۳۰ ۳×۱۰
۷۵									

کار در کلاس

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ **خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود**

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ **بله**

۳- عدد بنویسید که ۵ شمارنده آنها باشد. **۲۵، ۲۰، ۱۵، ۱۰، ۵**

عددی بر ۱۵ بخش پذیر است

۴- کدام یک از عددهای روبه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ **۲۴۵، ۹۲۴، ۵۵۵، ۳۶۰** **که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند**

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. **۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰**

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ **۱، ۲، ۴، ۵، ۸، ۱۰، ۲۰، ۴۰**
۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸ **۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰**
 ۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. **فقط شمارنده دارد** - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. **عدد یک فقط یک شمارنده دارد**

× - تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. **عدد ۲ زوج است ولی اول است**

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشت، حتماً اول نیست. **چون پس از دو شمارنده دارد**

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟
۱۲ گروه سه نفره **۲۴ + ۱۲ = ۳۶ نفر**
۹ ~ چهار نفره **۹ × ۴ = ۳۶**
۶ ~ شش نفره **۶ × ۶ = ۳۶**

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟
بله - چون ۱۸ را می توان ۳ تا ۳ و ۶ تا ۳ و ۹ تا ۲ شمارش کرد
 آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ **خیر مثال ۴**

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ **خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت**
 ۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی **زوج** است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی **زوج** است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی **فرد** است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سؤال زیر پاسخ دهید.

- آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ **خیر**
غیر اول اول اول **۳ + ۵ = ۸**

شمارنده اول

۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

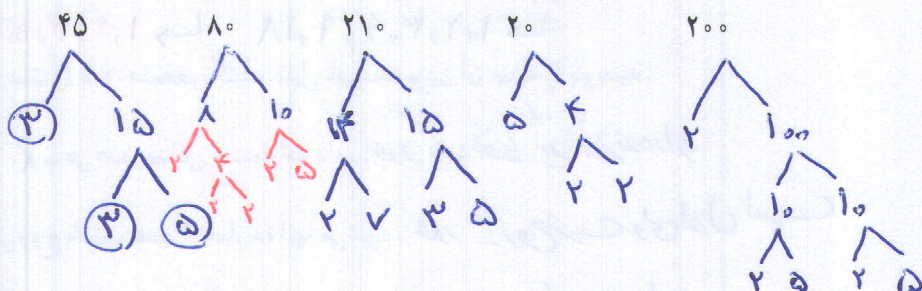
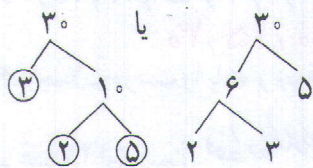
شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، زیر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددی‌اند؟ ۷ و ۵
شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول (۲ و ۳) عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

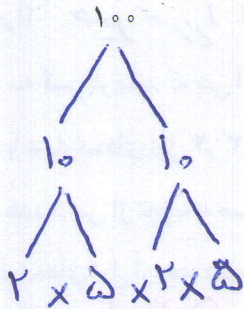
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$3 \times 2 \times 3 = 27$$

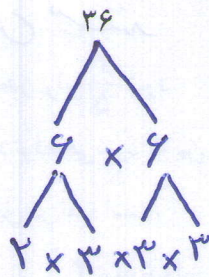
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

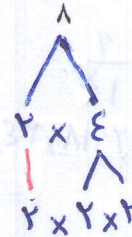
شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 9}{3 \times 9} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و

مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 9 = 18$$

$$3 \times 6 = 18$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ **شماره‌های عدد ۱۸**

بی‌باشند

$$a = 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \quad T(a) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$12 - 3 = 9 \quad \text{شمارنده‌ی غیر اول}$$

(۴) راجع دوم

راجع اول ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰، ۴۰۰، ۴۵۰، ۵۰۰، ۵۵۰، ۶۰۰، ۶۵۰، ۷۰۰، ۷۵۰، ۸۰۰، ۸۵۰، ۹۰۰، ۹۵۰، ۱۰۰۰

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟ **خیر - زیرا از بزرگترین نیستند**

$$\frac{21}{35}, \frac{4}{10}, \frac{9}{15}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین ۳۰ و ۵۰ باشد؟ **۳۳، ۳۶، ۴۸**

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است. $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشند. **۱، ۴، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۶، ۴۸**

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است. $b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ **۲، ۳، ۵** $b = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3$

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \quad 104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. براساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید. **اعداد اول اعدادی هستند که شمارنده‌های اول آن‌ها خودشان باشند**

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

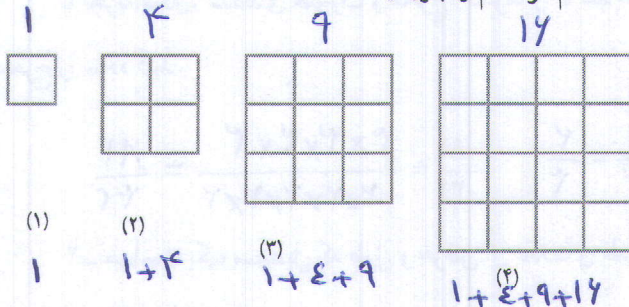
\times الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. **عددهای شمارنده اول ندارند**

\checkmark ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

\times ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد. $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$

\checkmark د) تعداد عددهای اول بی‌پایان‌اند.

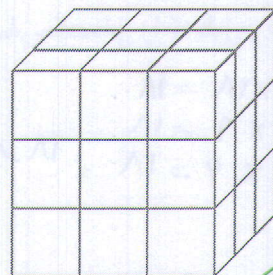
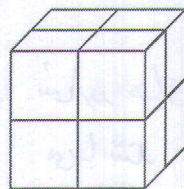
۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



مجموعی n ام $= n \times n$

مجموعی n ام (طریقی) $= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

رابطه‌ی دوم



۷۹

(۱)

(۲)

(۳)

مجموعی n ام $= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

رابطه‌ی دوم

رابطه‌ی اول

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو چادر بزنند. تعداد افراد چادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۰ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از چادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟
شمارنده‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰

چون این اعداد ۳۰ را شمارنده و تقیمازده می‌توانیم عدد ۳۰ را بر آنها به صورت مساوی تقسیم کرد

کلاس اول ب، ۳۶ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می‌توان

بر پا کرد؟ چرا؟
شمارنده‌های ۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

زیرا در تقسیم ۳۶ بر این اعداد باقی‌مانده صفر می‌شود و چادرها به صورت مساوی تقسیم می‌شوند

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

۱, ۲, ۳, ۶

چون در تقسیم ۳۰ و ۳۶ بر این اعداد باقی‌مانده صفر می‌شود و چادرها به صورت مساوی تقسیم می‌شوند

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد تا چادر

کمتری تهیه شود، چادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

تمام شمارنده‌های ۱۸: {۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸}

شمارنده‌های مشترک دو عدد = {۱, ۲, ۳, ۶}

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد {۱, ۲, ۳, ۶, ۹, ۱۸, ۲۴} = ۶
تمام شمارنده‌های ۲۴: {۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۸, ۱۲, ۲۴}

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\xrightarrow{\text{ب.ش.م}} 2 \times 3 = 6$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت (و) نشان می‌دهند. مانند:

$$(18 \text{ و } 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عوامل مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده

شماره‌های ۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰
 شماره‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲
 شماره‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰
 شماره‌های مشترک ۲۰ و ۳۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰
 شماره‌های مشترک ۱۲ و ۱۴: ۱, ۲
 $(۲۰, ۳۰) = ۱۰$
 $(۱۲, ۱۴) = ۲$

کار در کلاس

۱- با نوشتن تمام شمارنده‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.
 $۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$
 $۱۴ = ۲ \times ۷$
 $(۱۲, ۱۴) = ۲$
 $۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۵$
 $۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$
 $(۲۰, ۳۰) = ۱۰$
 $۲ \times ۵ = ۱۰$

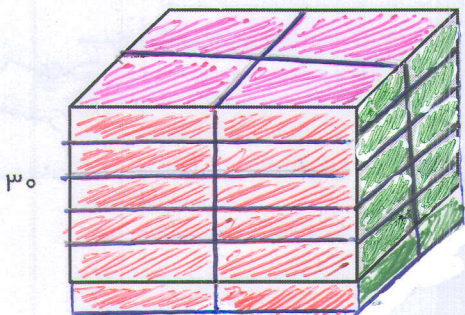
۲- با تجزیه عددها به شمارنده‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.
 $۴۸ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$
 $۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$
 $(۴۸, ۳۶) = ۲ \times ۲ \times ۳ = ۱۲$
 $۴۲ = ۲ \times ۳ \times ۷$
 $۳۰ = ۲ \times ۳ \times ۵$
 $(۴۲, ۳۰) = ۲ \times ۳ = ۶$

فعالیت

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی پر کنیم.
 ضلع این کاشی مربعی چه عددی می‌تواند باشد؟ چرا؟
 این مستطیل را کاشی بچسبانیم، این اعداد شمارنده‌ی مشترک ۱۶ و ۱۲ هستند.
 اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟
 ۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شمارنده‌ی مشترک این دو عدد می‌باشد.

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد) چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟
 ۱ چون ضلع کوچک‌ترین کاشی که بدون شکست این مستطیل را پر می‌کند کاشی به ضلع ۱ می‌باشد.
 ۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۵ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟
 در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



راهبرد رسم شکل

$۴ \times ۲ \times ۲ = ۱۶$

جعبه‌ی دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵ سانتی‌متر
 ۱۲ عدد ۲۴ سانتی‌متر
 ۵ عدد ۳۰ سانتی‌متر

MATH-HOME.IR

کار در کلاس

عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م‌های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

حرف تندی می‌گیرید

$$(28 \text{ و } 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12 \text{ و } 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad (12 \text{ و } 28 \text{ و } 36) = 2 \times 2 = 4$$



۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 12 = 2 \times 2 \times 3$$

بض ۲ → $2 \times 3 = 6$ $1, 2, 3, 4$: شمارنده‌های ۶

شمارنده‌های ۶ پیمانه‌های مناسب برای این کار است

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا می‌شود؟

$$\frac{28 \times 36 \times 12}{4 \times 4 \times 4} = 189$$



$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

بض ۲ → $2 \times 2 = 4$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

- ✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م آنها عدد یک می‌شود. تنها شمارنده مشترک اعداد اول، عدد یک است
- ✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچک‌تر ب.م.م دو عدد است. چون عدد کوچکتر عدد بزرگ‌تر را n بار شمارد
- ✓ کوچک‌ترین هکسوم علیه مشترک (ب.م.م شمارنده‌های مشترک) هر دو عدد ۱ است

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$(91 \text{ و } 117) = 13 \quad (216 \text{ و } 108) = 108 \quad (121 \text{ و } 55) = 11$$

$$214 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۶- برای جملات درست زیر ۲ مثال بزنید.

$$(n \text{ و } n) = n \quad (4, 4) = 4, (2, 2) = 2$$

ب.م.م دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

اگر عدد a اول باشند، ب.م.م a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a.

$$(5, 14) = 1$$

$$(5, 15) = 5$$

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[۶ و ۴] = ۱۲$$

به‌عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

مضارب ۱۸: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

مضارب ۱۲: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ... $[۱۲ و ۱۸] = ۳۶$

$$\frac{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳}{۱۸}$$

$$\frac{۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳}{۱۲}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به‌صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$[۱۸ و ۱۲] = ۲ \times ۳ \times ۲ \times ۳ = ۳۶$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شمارنده‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها و مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$[A و B] = ۳ \times ۳ \times ۵ \times ۲ \times ۵$$

$$B = ۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳$$

$$۲ \times ۲ \times ۵ \times ۵ \times ۲$$

$$۲ \times ۵ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

۱- تساوی $۶ \times ۴ = ۲۴$ را به‌صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

ششمین مضرب - عدد ۲۴ است.

۴ شمارنده ۲۴ است.

چهارمین مضرب ۴ عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت

است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها

به‌دست آورید.

$$\frac{۵}{۶} + \frac{۴}{۹} = \frac{۱۵}{۱۸} + \frac{۸}{۱۸} = \frac{۲۳}{۱۸}$$

$$[۶ و ۹] = ۱۸$$

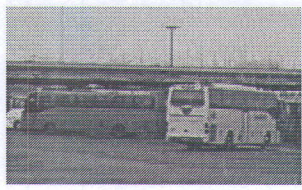
$$\frac{۷}{۱۵} + \frac{۹}{۲۰} = \frac{۲۸}{۶۰} + \frac{۲۷}{۶۰} = \frac{۵۵}{۶۰}$$

$$[۱۵ و ۲۰] = ۶۰$$

$$\frac{۱۵}{۱۲} - \frac{۷}{۱۸} = \frac{۴۵}{۳۶} - \frac{۱۴}{۳۶} = \frac{۳۱}{۳۶}$$

$$[۱۲ و ۱۸] = ۳۶$$

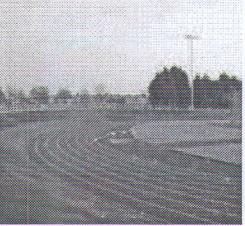
MATH-HOME.IR



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می کند. اتوبوس های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می کند. ساعت ۱۲ ظهر دو اتوبوس در خط های A و B همزمان حرکت کرده اند. در چه ساعتی به طور

همزمان اتوبوس ها از این دو خط حرکت می کنند؟ $\frac{60}{20} = 3$ دقیقه بعد
یعنی ساعت ۱۳
مضرب های عدد ۲۰ : ۲۰، ۴۰، ۶۰، ۸۰، ۱۰۰
مضرب های عدد ۳۰ : ۳۰، ۶۰، ۹۰، ۱۲۰

۲- یک بیست دومیدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد. امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل بیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و



امید با هم به همان نقطه شروع می رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده اند؟
مضرب های ۳۵ : ۳۵، ۷۰، ۱۰۵، ۱۴۰، ۱۷۵، ۲۱۰
مضرب های ۲۱ : ۲۱، ۴۲، ۶۳، ۸۴، ۱۰۵

$[35, 21] = 105$

۳- آیا ۲۱۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقی مانده ی تقسیم ۲۱۰ بر ۷ برابر ۳۰ و برابر مضرب مشترک است.
آیا ۴۲۰ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ بله، باقی مانده ی تقسیم ۴۲۰ بر ۷ برابر ۶۰ و برابر مضرب مشترک است.
دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟



۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

$[18, 6] = 18$ اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشند، عدد بزرگ تر ک.م.م دو عدد است. باقی مانده ی تقسیم عدد بزرگ تر بر عدد کوچک تر برابر ۰ است.

اگر ب.م.م دو عدد یک باشد، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است. $[9, 10] = 90 \Rightarrow (9, 10) = 1$

ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست. $(5, 7) = 1 \Rightarrow [5, 7] = 35$

۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.

$[10, 1] = 10$ $n = [1, n]$

$[10, 10] = 10$ $n = [n, n]$

ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. $[12, 8] = 24$ $(12, 8) = 4$

حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

۶- به صورت ذهنی تساوی ها را کامل کنید.

$(20, 30) = 10$ $(5, 7) = 1$ $(15, 3) = 3$ $[12, 4] = 12$

$[30, 50] = 150$ $(38, 19) = 19$ $[15, 30] = 30$ $(4, 9) = 1$

$[4, 9] = 36$ $[3, 2, 7] = 42$ $(3, 2, 7) = 1$ $[4, 6] = 12$

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ م.م.ب □ م.م.ک
در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- | | |
|---|--|
| □ نوشتن شمارنده‌های یک عدد | □ پیدا کردن عدددهای اول |
| □ پیدا کردن شمارنده اول یک عدد | □ ساختن عدددهای مختلف با شمارنده‌های اول |
| □ پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد | □ تجزیه عدد به شمارنده‌های اول |
| □ پیدا کردن م.م.ب دو عدد | □ نوشتن مضرب‌های یک عدد |
| □ پیدا کردن م.م.ک دو عدد | □ رابطه بین مضرب و مقسوم علیه |

از مفاهیم م.م.ب و م.م.ک در محاسبات کسری (ساده کردن و منخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. *۳ و ۴ شمارنده‌های ۱۲ هستند*

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس م.م.ب و م.م.ک آنها را به دست آورید.

$$72 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \quad (72, 60) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

۳- عددهای اول بین 50° تا 80° را بنویسید. *$[72, 60] = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$*

$$53, 59, 61, 67, 71, 73, 79$$

۴- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ دو عدد بنویسید که م.م.ب آنها ۶ و م.م.ک آنها ۳۶ باشد.

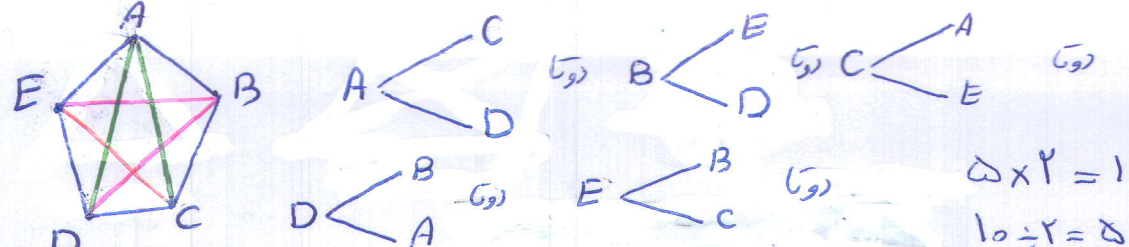
$$(18, 12) = 6, [18, 12] = 36$$

$$(4, 36) = 4, [4, 36] = 36$$

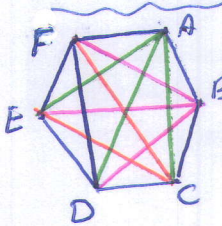
با استفاده از تجزیه

*راهبرد حرف
حالت‌های
۸۶
نا مطلوب*

تسریں پورہای ۳



چون هر قطر دو بار تکرار شده
 $5 \times 2 = 10$
 $10 \div 2 = 5$



چون هر قطر دو بار تکرار شده
 $4 \times 2 = 11$
 $11 \div 2 = 9$
 مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس n ضلعی (n-3) تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به این

اینکه هر قطر دو بار تکرار شده داریم
 تعداد قطر ها = $\frac{n \times (n-3)}{2}$

۲- اگر $x = 5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

$$\frac{4x+7}{3x-7} = \frac{20+7}{15-7} = \frac{27}{8}$$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a-5b+2b-7b = 2a-9b$$

$$9x-8a+2x-3x = 11x-8a$$

$$5a-2a-9a+4b = -6a+4b$$

$$2(a-b)-3(b-a) = 2a-2b-3b+3a = 5a-5b$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$9x+8=-10 \Rightarrow 9x=-10-8 \Rightarrow 9x=-18 \Rightarrow x=-\frac{18}{9}=-2$$

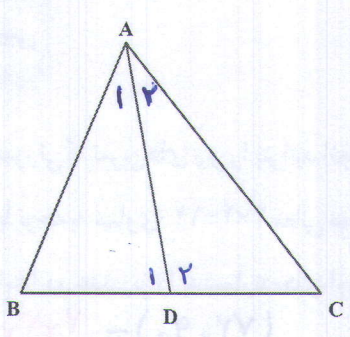
$$4x-4=8 \Rightarrow 4x=8+4 \Rightarrow 4x=12 \Rightarrow x=\frac{12}{4}=3$$

$$3x+18=-12 \Rightarrow 3x=-12-18 \Rightarrow 3x=-30 \Rightarrow x=-\frac{30}{3}=-10$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است به ازای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خطها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. **الوسازی**



پاره خطها $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$
 $(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$
 $(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$
 \hat{B}, \hat{C}

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

راه حل خود را توضیح دهید.

همان روش بالا تعداد پاره خطها را بدست آورید
 سپس برای بدست آوردن تعداد قطر ها (تعداد اضلاع - تعداد پاره خطها) را بدست آورید

روش دوم

MATH-HOME.IR

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۳۶

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹, ۴۳, ۴۷, ۵۱, ۵۵, ... $+36$ $+36$
 ۱, ۱۰, ۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ... $[9, 4] = 36$ ۱۹, ۵۵, ۹۱, ...

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

باز هم

(۳۶, ۷۲)

۳۶ نیز داشته باشد.

۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

۱۰- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

حرف حالت های نامطلوب

~~۸۱~~, ~~۸۲~~, ~~۸۳~~, ~~۸۴~~, ~~۸۵~~, ~~۸۶~~, ~~۸۷~~, ~~۸۸~~, ~~۸۹~~, ۹۰
~~۹۱~~, ~~۹۲~~, ~~۹۳~~, ~~۹۴~~, ~~۹۵~~, ~~۹۶~~, ~~۹۷~~, ~~۹۸~~, ۹۹

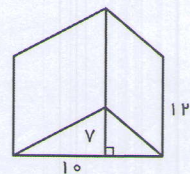
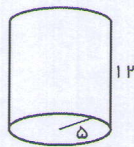
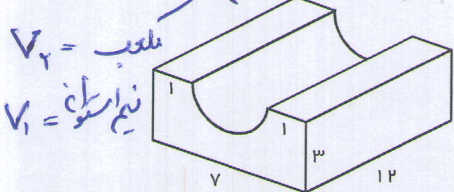
مضارب ۲, ۳, ۵, ۷ را حذف می‌کنیم

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.

$V = (V_2 - V_1)$



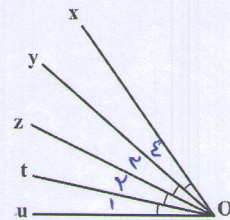
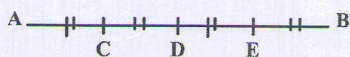
۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که قاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



باشد. $S_{\text{مستطیل}} + \frac{S_{\text{جانبی استوان}}}{2}$

$S_{\text{کل}} = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (\dots)$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = 2 \cdot DE$

$\hat{u}\hat{O}t + t\hat{O}z = \hat{u}\hat{O}z$

$AB - DE = AD + EB$

$x\hat{O}u = \dots y\hat{O}z$

$AE = \frac{3}{4} AB$

$y\hat{O}u = \dots x\hat{O}u$

$AC - CE + EB = AB$

$y\hat{O}u - z\hat{O}t = y\hat{O}z + t\hat{O}u$

MATH-HOME.IR