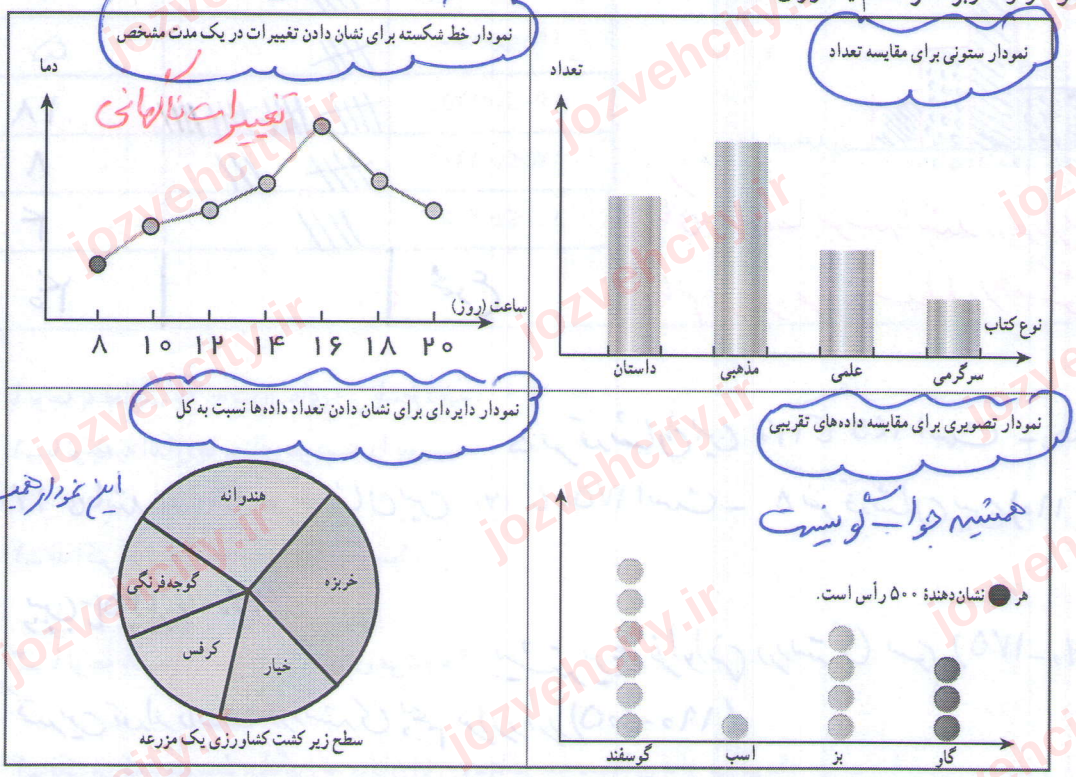
MATH-HOME.IR

کلاس ششم
۱- تعریف علم آمار
۲- جدول داده‌ها
۳- چوب خط
۴- انواع نمودارها

دسته‌بندی داده‌ها

علم آمار: بررسی

در دورهٔ دبستان با علم آمار که علم جمع‌آوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات (داده‌ها) است، آشنا شدید. داده‌ها را با چوب خط سرشماری و در جدول سازماندهی کردید. سپس با توجه به موضوع و هدف آمارگیری نمودار آن اطلاعات را رسم کردید. در زیر ۴ نوع نمودار و کاربرد هر کدام یادآوری شده است :



نمودار میله‌ای

این نمودار همیشه جواب گویی باشه

همیشه جواب گو نیست

اگر تعداد داده‌های جمع‌آوری شده زیاد باشند، بررسی آنها طولانی و غیرمفید می‌شود. به همین دلیل داده‌ها را دسته‌بندی می‌کنند و سازمان‌دهی جدیدی متناسب با آن موضوع آماری و برای کسب نتایج بهتر ارائه می‌کنند.

فعالیت

در زیر داده‌های جمع‌آوری شده در مورد اندازهٔ قد ۴۰ نفر از مردان ساکن یک روستا برحسب سانتی‌متر مشخص شده است. (۴۰=n)

۱۸۱	۱۴۷	۱۸۴	۱۶۷	۱۷۵	۱۵۰	۱۹۲	۱۷۸	۱۷۴	۱۵۳	۱۸۵	۱۷۳	۱۶۸	۱۶۴
۱۳۰	۱۷۰	۱۶۸	۱۹۳	۱۷۱	۱۳۷	۱۶۵	۱۳۸	۱۶۳	۱۴۲	۱۷۳	۱۶۷	۱۶۲	۱۵۱
		۱۴۳	۱۹۰	۱۷۳	۱۶۸	۲۰۵	۱۷۰	۱۶۹	۱۷۶	۱۷۹	۱۵۷	۱۸۳	۱۶۵

Min

Max

کمترین و بیشترین داده را مشخص کنید. به فاصلهٔ بین این دو عدد دامنهٔ تغییرات می‌گویند.

۱۳۰ ۲۰۵

دامنه‌ی تغییرات = Max − Min

برای دسته‌بندی داده‌ها با فاصلهٔ مساوی، دامنه تغییرات را بر تعداد دسته‌ها تقسیم می‌کنیم تا طول دسته‌ها به‌دست آید.

در این فعالیت، چون می‌خواهیم ۵ دسته داشته باشیم، دامنه تغییرات را بر ۵ تقسیم می‌کنیم.

طول هر دسته = دامنه‌ی تغییرات / تعداد دسته‌ها

معنای $۱۳۰ \le x < ۱۴۵$ را توضیح دهید. چه تفاوتی بین < و ≤ وجود دارد؟

طول دسته‌ها = ۷۵/۵ = ۱۵

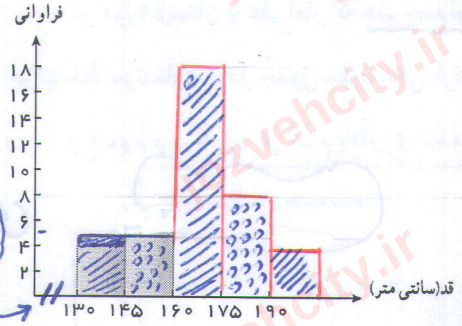
۱۲۰

داده‌هایی که بزرگ‌تر یا مساوی عدد ۱۳۰ است و کوچک‌تر از ۱۴۵ است

MATH-HOME.IR

فراوانی

با توجه به حدود دسته‌ها، با استفاده از چوب خط تعداد داده‌های هر دسته را که به آن فراوانی می‌گویند، تعیین کنید.



اصلاح شود

زمانی که داده‌ها پیوسته باشند در نمودار ستون‌ها را به هم می‌چسبانیم و نام نمودار، نمودار مستطیلی (هیستوگرام) است

حدود دسته‌ها	چوب خط	فراوانی
$۱۳۰ \le x < ۱۴۵$	////	۵
$۱۴۵ \le x < ۱۶۰$	////	۵
$۱۶۰ \le x < ۱۷۵$	//// //// //// ///	۱۸
$۱۷۵ \le x < ۱۹۰$	//// ///	۸
$۱۹۰ \le x < ۲۰۵$	////	۴
مجموع		۴۰

کار در کلاس

با توجه به فعالیت بالا به سؤال‌های زیر پاسخ دهید.

۱ـ با توجه به اندازه‌ها معنای هر دسته را بنویسید. ۵ نفر قدشان بین ۱۳۰ تا ۱۴۵ است ـ ۵ نفر قدشان بین ۱۴۵ تا ۱۶۰ می‌باشد ـ ۱۸ نفر قدشان بین ۱۶۰ تا ۱۷۵ است ـ ۸ نفر قدشان بین (۱۹۰ تا ۱۷۵) است و ...

۲ـ قد اکثر افراد در چه محدوده‌ای است؟

۱۶۰ تا ۱۷۵

۳ـ با توجه به نمودار متوجه چه چیزی می‌شوید؟ بیشترین فراوانی در دسته‌ی سوم (۱۷۵-۱۶۰) وجود دارد

کمترین تعداد داده‌ها در دسته‌ی پنجم قرار دارد (۲۰۵-۱۹۰)

۴ـ فکر می‌کنید متوسط میانگین قد مردان این روستا در چه دسته‌ای قرار می‌گیرد؟

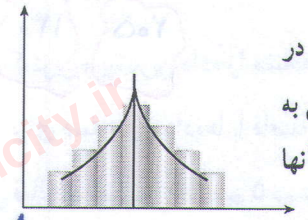
در دسته‌ی سوم یعنی (۱۷۵-۱۶۰)

۵ـ دانستن این آمار، اطلاعات و نمودار چه کاربردی دارد؟ در برنامه ریزی‌ها آینده می‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد

تیم بسکتبال ـ برای فروشنده‌ای که می‌خواهد برای فروش پیراهن به این روستا برود

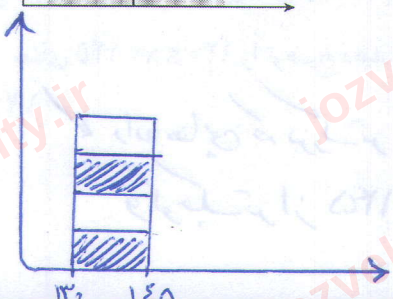
برای مطالعه بیشتر

اگر فراوانی داده‌ها به‌صورتی باشد که نمودار بلوکی متقارن شود، میانگین داده‌ها در دستهٔ وسط قرار می‌گیرد. یکی از ویژگی‌های خلقت و آفرینش این است که اگر پدیده‌های طبیعی مثل قد انسان‌ها، وزن آنها، هوش و استعداد، شدت بزرگی زلزله، طوفان و ... اندازه‌گیری کنند، پس از دسته‌بندی و پیداکردن فراوانی دسته‌ها نمودار آن را رسم کنند مانند شکل متقارن زیر خواهد شد.



در اصطلاح می‌گویند داده‌ها به‌صورت طبیعی توزیع شده‌اند. برای مثال در مسئلهٔ بالا به همان تعداد مردان قد کوتاه، مردان قد بلند وجود دارد. به‌طور تقریبی به همان تعداد افرادی که قدشان کمتر از میانگین است افرادی وجود دارند که قدّ آنها بیشتر از میانگین است.

نمودار بلوکی: هر بلوک نشان دهنده‌ی یک واحد است



MATH-HOME.IR

۱ــ میانگین دمای هوا در روزهای مختلف یک منطقه به‌صورت زیر گزارش شده است :

+۲	+۲	+۴	+۵	+۶	۰	−۱	−۲	۰	−۳	−۷	−۲	−۱	۰	۰
−۱	−۳	−۶	−۷	−۸	+۸	+۷	+۸	+۷	+۶	+۳	+۱	+۲	+۳	+۴
+۲	+۲	−۴	−۲	−۱	۰	−۵	−۳	۰	۰	+۱	+۱	+۴	+۶	+۷

Min Max

جدول فراوانی داده‌ها را براساس سؤالات زیر مشخص و نمودار ستونی را رسم کنید.

● دامنهٔ تغییرات چقدر است؟ دامنه‌ی تغییرات $۸-(-۸)=۱۶$

● داده‌ها را به چهار دسته تقسیم می‌کنیم، طول هر دسته چقدر است؟ طول هر دسته $۱۶\div ٤=٤$

۲ــ نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس به‌صورت زیر است. با توجه به دامنهٔ تغییرات آنها را به ۵ دستهٔ مساوی دسته‌بندی کنید و پس از رسم جدول نمودار ستونی فراوانی هر دسته را رسم کنید. با توجه به نمودار وضعیت این کلاس را توصیف کنید.

طول هر دسته $۱۵\div ۵=۳$ و دامنه‌ی تغییرات $۲۰-۵=۱۵$

۱۶	۱۸	۱۵	۹/۵	۱۲/۵	۱۳	۱۲	۱۳/۵	۱۴	۱۱	۱۳	۹	۸		
۱۵	۱۴	۱۹	۱۸/۵	۱۷	۱۵/۵	۱۶/۵	۱۱	۸/۵	۷	۵	۱۳	۱۵		
۱۴	۱۰/۵	۱۱/۵	۱۵	۱۸	۱۷	۱۴	۶	۱۲/۵	۲۰					

Min Max

۳ــ در یک کارگاه تولید لامپ، ۳۰ لامپ به صورت تصادفی انتخاب و طول عمر آنها بر حسب ساعت اندازه گیری شده است. داده‌ها را به ۵ دسته با فاصلهٔ ۵ ساعت تقسیم کنید و جدول فراوانی و نمودار ستونی آن را رسم کنید.

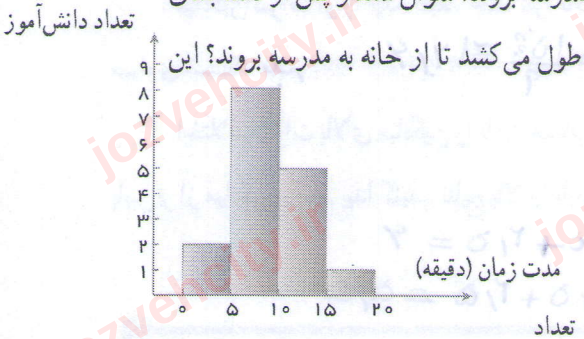
دامنه‌ی تغییرات $=۱۷۲-۱۵۲=۲۰$

۱۵۶	۱۵۹	۱۶۵	۱۶۳	۱۶۱	۱۵۷	۱۵۴	۱۵۷	۱۶۸	۱۷۲	۱۶۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۱	۱۷۱
۱۶۳	۱۶۸	۱۶۷	۱۵۹	۱۵۲	۱۵۳	۱۵۸	۱۵۷	۱۶۹	۱۷۰	۱۵۳	۱۶۹	۱۵۸	۱۶۵	۱۵۶

Max Min

طول هر دسته $=۲۰$

۴ــ از دانش‌آموزان یک کلاس مدت زمانی که طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند، سؤال شده و پس از دسته‌بندی داده‌ها نمودار ستونی مقابل رسم شده است. چند دانش‌آموز بیشتر از ۱۰ دقیقه طول می‌کشد تا از خانه به مدرسه بروند؟ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ ۶ نفر



۵ــ نمودار نمرات یک کلاس به‌صورت زیر است.

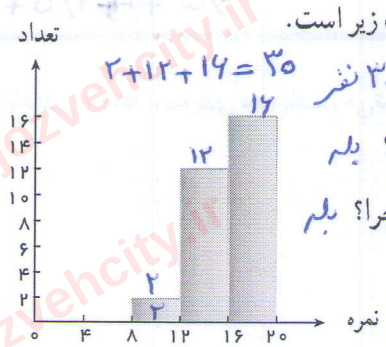
ــ این کلاس چند دانش‌آموز دارد؟ $۲+۱۲+۱۶=۳۰$ ۳۰ نفر

ــ آیا این دسته‌بندی مناسب است؟ چرا؟ بله

ــ آیا این کلاس وضعیت خوبی دارد؟ چرا؟ بله

چون بیشترین فراوانی در دسته‌ی ۱۶-۲۰ قرار دارد

طول هر دسته $\frac{۲۰-۰}{۵}=۴$



MATH-HOME.IR

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی شد و نمودارهای مختلف به درک بهتر آن اطلاعات کمک کردند، می‌توان از رابطه‌های مختلف مثل محاسبهٔ میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها برای تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. در دورهٔ ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شدید. میانگین تعدادی دادهٔ عددی از مجموع آنها تقسیم بر تعداد به دست می‌آید.

فعالیت

۱ــ نمرات ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷، ۱۹ است. میانگین نمرات او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \overline{X} = \frac{S}{n}$$

۲ــ میانگین نمرات ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶/۵ است. اگر نمرات دو درس دیگر او که ۱۷ و ۱۵ شده است، به آنها اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید.

$7 \times 16{,}5 = 115{,}5$ مجموع نمرات ۷ درس $115{,}5 + 15 + 17 = 147{,}5$ مجموع

$147{,}5 \div 9 = 16{,}38$ میانگین جدید

آیا می‌توان میانگین دو نمرهٔ ۱۵ و ۱۷ را پیدا کرده (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶ و ۱۶/۵ را حساب کرد؟ چرا؟

خیر، زیرا با تعریف میانگین مغایرت دارد

$\frac{15+17}{2} = 16$ $\quad \frac{16+16{,}5}{2} = 16{,}25$ $\quad 16{,}25 \neq 16{,}38$

۳ــ نمرات یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

۱۷/۵ ۱۶/۵ ۱۴ ۱۸/۵ ۱۹ ۱۷ ۱۵ ۱۶ ۱۵/۵

میانگین نمرات او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین‌تر از میانگین قرار می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟

بله $\quad$ میانگین $= \frac{15{,}5 + 16 + 15 + \cdots + 17{,}5}{9} = \frac{149}{9} \cong 16{,}5$ $\quad$ ۴ نمره بالاتر و ۴ نمره پایین‌تر

اختلاف نمرات بالای میانگین را با آن حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به همین ترتیب مجموع اختلاف نمرات پایین‌تر از میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با هم مقایسه کنید.

$\underbrace{14, 15, 15{,}5, 16}_{\text{۴ نمره}}, 16{,}5, \underbrace{17, 17{,}5, 18{,}5, 19}_{\text{۴ نمره}}$

$0{,}5 + 1 + 2 + 2{,}5 = 6$

$0{,}5 + 1 + 1{,}5 + 2{,}5 = 5{,}5$

اگر مقدار داده‌ها زیاد باشند و داده‌ها دسته‌بندی شده باشند، می‌توان میانگین داده‌ها را با تقریب بسیار خوب به‌دست آورد.

MATH-HOME.IR

فعالیت

$\frac{6699}{40} = 167/475$ میانگین

۱ـ با کمک ماشین حساب میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده بود، پیدا کنید.

۲ـ برای به‌دست آوردن میانگین هر دسته، مانند دستهٔ $130 \le x < 145$، ابتدا مجموع عددهای ۱۳۰ و ۱۴۵ را به‌دست آورده، سپس حاصل را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. $\frac{130+145}{2} = 137/5$

۳ـ اکنون تمام داده‌ها را در این قسمت بنویسید. هر داده را با میانگین دسته‌ای که داده در آن قرار دارد، جایگزین کنید.

برای مثال چون عدد ۱۹۲ در دستهٔ ۲۰۵ـ۱۹۰ قرار دارد به‌جای آن عدد ۱۹۷/۵ را که میانگین این دسته است، قرار دهید.

۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۸۲/۵ ، ۱۵۲/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۸۲/۵ ، ۱۹۷/۵ ، ۱۵۲/۵ ، ۱۸۲/۵ ، ۱۶۷/۵
۱۸۲/۵ ، ۱۵۲/۵ ، ۱۸۲/۵ ، ۱۵۲/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۳۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ،
۱۳۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۳۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۹۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۳۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۸۲/۵ ، ۱۵۲/۵
۱۸۲/۵ ، ۱۸۲/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۹۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۶۷/۵ ، ۱۹۷/۵ ، ۱۳۷/۵

۴ـ چرا در عددهای بالا ۴ تا ۱۹۷/۵ وجود دارد؟ چون تعداد داده‌های این دسته ۴ تا بود

۵ـ با توجه به عددهای بالا میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید. $\frac{6715}{40} \cong 167/875$

چگونه برای این کار از ضرب استفاده می‌کنید و این ضرب‌ها چه رابطه‌ای با فراوانی جدول دارد؟

۶ـ میانگین به‌دست آمده را با میانگین واقعی که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید. مقدار خطای این روش چقدر است؟ $167/875 - 167/475 = 0/4$

کار در کلاس

با توجه به فعالیت بالا با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

حدود دسته‌ها	فراوانی	میانگین دسته	میانگین دسته × فراوانی
$130 \le X < 145$	۴	۱۳۷/۵	۶۸۷/۵
$145 \le X < 160$	۵	۱۵۲/۵	۷۶۲/۵
$160 \le X < 175$	۱۸	۱۶۷/۵	۳۰۱۵
$175 \le X < 190$	۸	۱۸۲/۵	۱۴۶۰
$190 \le X \le 205$	۴	۱۹۷/۵	۷۹۰
مجموع			۶۷۱۵

اصلاحیه

اصلاحیه

میانگین $= \frac{6715}{40} = 167/875$

MATH-HOME.IR

تمرین

۱ــ میانگین دمای هوا، میانگین نمرات ریاضی کلاس، میانگین ساعات عمر لامپ مربوط به تمرین‌های قبل را پیدا کنید. از جدول فراوانی استفاده کنید.

۲ــ جدول زیر را کامل و میانگین را حساب کنید.

دسته‌ها	خط نشان	فراوانی	متوسط دسته	متوسط× فراوانی
$0 \le x < 4$	𝍸 /	۶	۲	۱۲
$4 \le x < 8$	////	۴	۶	۲۴
$8 \le x < 12$	𝍸 ///	۸	۱۰	۸۰
$12 \le x < 16$	𝍸 𝍸 𝍸 //	۱۷	۱۴	۲۳۸
$16 \le x \le 20$	𝍸 ////	۹	۱۸	۱۶۲
جمع		۴۴		۵۱۶

۳ــ میانگین نمرات زیر را به‌دست آورید. چه رابطه‌ای بین این عددها وجود دارد؟ فاصلهٔ هر عدد تا میانگین چقدر است؟

۱۱ ۱۲ ۱۲ ۱۳ ۱۳ ۱۳ ۱۴ ۱۴ ۱۵

$\bar{x} = \frac{117}{9} = 13$ $\qquad$ $\frac{11+15}{2} = \frac{26}{2} = 13$

با توجه به رابطه‌ای که پیدا کرده‌اید، میانگین عددهای زیر را به‌دست آورید.

۱۷ ۱۴ ۱۱ ۱۵ ۱۳ ۱۸ ۱۷ ۱۳ ۱۶

$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$ $\qquad$ $\frac{12+18}{2} = 15$

۴ــ میانگین نمرات ریاضی دانش‌آموزان یک کلاس که ۳۰ دانش‌آموز دارد، ۱۷/۲۵ شده است. یکی از دانش‌آموزان نمره‌اش خیلی کم است و در این امتحان نمرهٔ ۳/۵ گرفته است؛ در حالی که بقیه دانش‌آموزان نمرهٔ بالای ۱۵ گرفته‌اند. اگر این دانش‌آموز را از کلاس کنار بگذاریم، معدل کلاس چند می‌شود؟ از این سؤال چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

$\frac{17.25 \times 30 - 3.5}{29} = \frac{517.5 - 3.5}{29} = \frac{514}{29} = 17.72$

حالا فرض کنید همهٔ دانش‌آموزان کلاس نمرهٔ کمتر از ۱۴ گرفته‌اند و معدل کلاس ۳۰ نفره ۱۰/۲۵ شده است. به جز یک دانش‌آموز که نمرهٔ ۲۰ گرفته است. اگر این دانش آموز را کنار بگذاریم معدل کلاس چند می‌شود؟

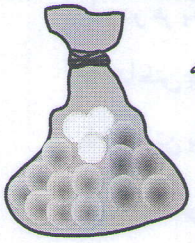
$\frac{30 \times 10.25 - 20}{29} = \frac{307.5 - 20}{29} = \frac{287.5}{29} \cong 9.9$

نتیجه می‌گیریم نمرات بالا و پایین تأثیر زیادی روی میانگین دارند

MATH-HOME.IR

مفهوم احتمال و پیشامد

فعالیت



۱ــ در یک کیسه ۵ مهرهٔ قرمز، ۳ مهرهٔ سفید و ۸ مهرهٔ آبی وجود دارد. اگر بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره را در بیاوریم، چه رنگی خواهد داشت؟ چرا؟ یکی از سه رنگ قرمز، سفید یا آبی زیرا از هر سه رنگ در کیسه داریم و ما نگاه نمی کنیم

اولین مهره‌ای که از کیسه در آوردیم، به رنگ آبی بود. آن را داخل کیسه می‌گذاریم و دوباره یک مهره را بیرون می‌آوریم. این بار احتمال اینکه دوباره آبی بیاید بیشتر است یا اینکه قرمز بیاید؟ چرا؟ آبی، چون تعداد مهره‌های آبی بیشتر است

۲ــ یک سکه را یک بار می‌اندازیم، چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ دو حالت، پشت یا رو

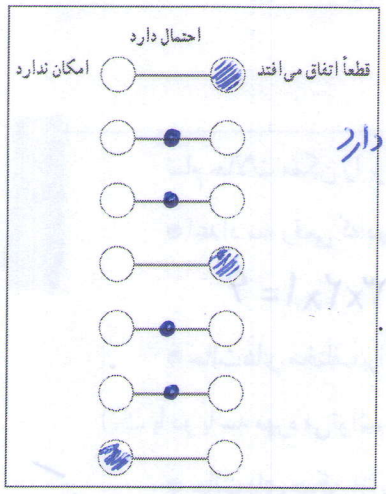
«اگر بار اول سکه رو آمد، بار دوم حتماً پشت می آید.» آیا این جمله درست است؟ چرا؟ خیر زیرا در بار دوم هم شانس رو یا پشت آمدن یکی است

«امروز هوا ابری است، احتمال دارد باران ببارد». «شانس آوردم همهٔ سؤال‌های امتحان را قبل از آزمون خوانده بودم».

از این جملات روزانه زیاد استفاده می‌کنیم. کلماتی مثل احتمال، شانس، بخت و اقبال به‌صورت‌های مختلف در زندگی روزمره ما به‌کار می‌روند. شما هم چند مثال بیاورید. بیرون آوردن مهره از داخل کیسه، رو یا پشت آمدن سکه یک پیشامد تصادفی یا اتفاقی است چون ما در نتیجهٔ آنها نقشی نداریم. وقتی یک سکه را می‌اندازید، تعداد پیشامدهای ممکن ۲ است و بالاخره یکی از آن دو اتفاق می‌افتد. تاس را پرتاب می کنم، احتمال اینکه شش بیارم. اگر در قرعه کشی برنده شوم، ماشین می خرم

کار در کلاس

۱ــ در هر یک از موارد زیر یک پیشامد توصیف شده است. مشخص کنید چه امکانی برای وقوع (اتفاق افتادن) دارد.



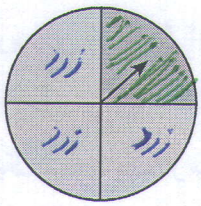
- یک انسان بدون داشتن قلب و مغز زندگی نمی کند. قطعی است
- هوا سرد است و از ابرهای خاکستری یکدست پوشیده شده است؛ پس برف می‌آید. احتمال دارد
- یک سکه را انداختیم، رو می‌آید. احتمال دارد
- ظرفیت یک ماشین سواری ۵ نفر است. قطعی است (نظر طراح کتاب)
- من درس‌هایم را خوانده‌ام و برای امتحان کاملاً آمده‌ام؛ پس امتحان ریاضی را ۲۰ می‌شوم.
- فصل بهار است، هوا کمی ابری است ولی احتمال دارد باران بیاید.
- در یک کیسه ۴ مهرهٔ آبی و سفید است. احتمال اینکه یک مهره به رنگ قرمز دربیاید. امکان ندارد

MATH-HOME.IR

فعالیت

۱ــ در هر یک از مثال‌های زیر تمام حالت‌های ممکن را بنویسید.

- انداختن یک سکه : رو - پشت
- انداختن یک تاس : ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶
- حالت‌هایی که برای روشنایی یک لامپ برق اتفاق می‌افتد : روشن - خاموش
- در داخل یک کیسه مهره‌های سبز، زرد و آبی به تعداد مساوی وجود دارد. حالت‌های ممکن برای یک مهره که از کیسه بیرون می‌آید : سه حالت (سبز، زرد، آبی)



- رنگی که عقربه پس از چرخیدن و ایستادن روی آن می‌ایستد. سبز - زرد

۲ــ وقتی دو تاس را بیندازیم، برای مثال ممکن است ۳ و ۵ بیاید. این حالت را به‌صورت (۳,۵) و اگر ۵ و ۳ بیاید را با (۵,۳) نشان می‌دهیم. تمام پیشامدهای ممکن پس از انداختن دو تاس را بنویسید.

(۱,۱)، (۱,۲)، (۱,۳)، (۱,۴)، (۱,۵)، (۱,۶)

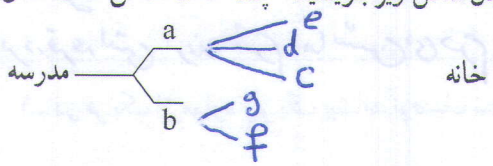
(۲,۱)، (۲,۲)، (۲,۳)، (۲,۴)، (۲,۵)، (۲,۶)

از چه راهبردی برای حل این مسئله استفاده می‌کنید؟ الگوسازی

چرا از این راهبرد استفاده کردید؟ تکراری ننویسیم و جا نیندازیم

$6 \times 6 = 36$ حالت

۳ــ وقتی حمید می‌خواهد از مدرسه به خانه برگردد، چندین راه مختلف برای او وجود دارد. برای سادگی کار نام کوچه‌ها و خیابان‌ها را با حروف بیان می‌کنیم. حمید از مدرسه که خارج شود، می‌تواند از خیابان a یا b حرکت کند. اگر از خیابان a برود، از ۳ کوچهٔ c و d و e می‌تواند به خانه برسد. و اگر از راه b برود، باید از یکی از کوچه‌های f و g برود تا به خانه برسد. تمام حالت‌های ممکن برای رفتن از مدرسه به خانه را با کامل کردن شکل زیر بنویسید. چند حالت ممکن است اتفاق بیفتد؟ ۵ حالت



کار در کلاس

تمام حالات ممکن را برای هر یک از موارد زیر پیدا کنید.

- اعداد سه رقمی که در آنها رقم‌های ۷ و ۵ و ۳ به‌کاررفته است (بدون رقم تکراری).

ص ۳ — ۵ — ۷ یکی
ص ۳ — ۷ — ۵ یکی
$\Rightarrow 2 \times 1$

ص ۳ $\rightarrow 2 \times 1$
۵ $\rightarrow 2 \times 1$
ص ۷ $\rightarrow 2 \times 1$
$\xrightarrow{\text{الگویابی}} 3 \times 2 \times 1 = 6$

- حالت‌های مختلف برای اینکه از داخل کیسه‌ای که حاوی ۳ مهره به رنگ‌های آبی و قرمز و سبز، مهره‌ای خارج کنیم. (یک یا دو یا سه مهره می‌توانیم خارج کنیم.)

۱ مهره $\rightarrow$ ۳ حالت (آبی، قرمز یا سبز)

۲ مهره $\rightarrow$ ۳ حالت

۳ مهره $\rightarrow$ ۱ حالت

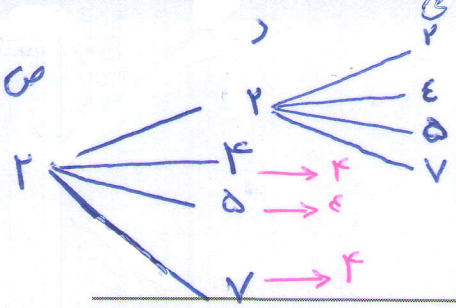
- حالت‌های ممکن از پرتاب یک سکه و یک تاس.

(سبز و قرمز) و (سبز و آبی) و (قرمز و آبی)

سکه	تاس
ر	۱
ر	۲
ر	۳
ر	۴
ر	۵

سکه	تاس
ر	۶
پ	۱
پ	۲
پ	۳
پ	۴
پ	۵

سکه	تاس
پ	۶



۴ تا

$\Rightarrow \underbrace{4\times4=16}_{\text{کل}}$

ص

۲ ⟶ $4\times4=16$

۴ ⟶ $4\times4=16$

۵ ⟶ $4\times4=16$

۷ ⟶ $4\times4=16$

$\xrightarrow{\text{کل}} 4\times4\times4=64$

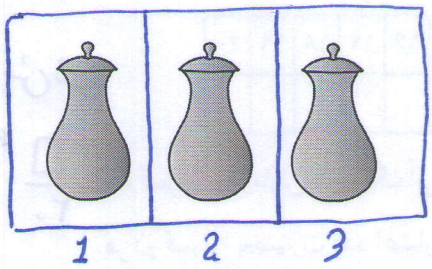
تمرین

۱ــ تعداد عددهای ۳ رقمی را که با رقم‌های ۴، ۷، ۵ و ۲ می‌توان ساخت، پیدا کنید. اگر هر عدد رقم تکراری نداشته باشد، چه کسری از این عددها زوج هستند؟

۲ــ تعداد کلمات دو حرفی را که با سه حرف a ، b و c می‌توان ساخت، پیدا کنید. یکی از

۳ــ یک ماشین ۴ چرخ و یک چرخ اضافه (زاپاس) دارد. به چند حالت ممکن است که این چرخ‌ها پنچر باشند؟ ۵ حالت

۴ــ در سه ظرف زیر شکر، نمک و چای قرار دارد. به چه حالت می‌توان این سه ظرف را در این سه مکان قرار داد؟ اصلاح شود

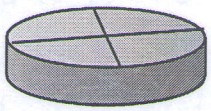


۱	۲	۳
ش	ن	چ
ش	چ	ن
ن	ش	چ
ن	چ	ش

۱	۲	۳
چ	ش	ن
چ	ن	ش

۶ حالت می‌توان جای داد

۵ــ به چند حالت می‌توان کره، مربا، پنیر و گردو را در ۴ قسمت ظرف مقابل قرار داد؟



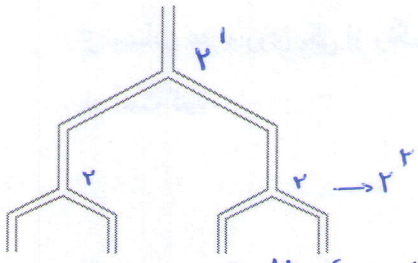
$(4-1)! = 3! = 6$

$\frac{4\times3\times2\times1}{4} = 6$ هر حالت ۴ بار تکرار می‌شود

۶ــ اگر یک سکه را بیندازیم، یا پشت یا رو می‌آید. در چهار پرتاب متوالی یک سکه، هر ۴ بار رو آمده است. فکر می‌کنید اگر بار پنجم سکه را بیندازیم چه می‌آید؟ چرا؟ یا رو یا پشت

الف) این بار حتماً پشت می‌آید. نادرست ب) این بار هم رو می‌آید. نادرست ج) احتمال رو یا پشت آمدن مساوی است. درست زیرا برای بار پنجم نیز برای هر دو حالت شانس مساوی داریم

۷ــ لوله‌های انشعاب آب به هر قسمت که برسند، دو شاخه می‌شوند، پس از طی کردن ۵ قسمت چند خروجی خواهیم داشت؟ با عدد توان‌دار نشان دهید.



خروجی $2^5 = 32$

$4\times3=12$ $1\times12=12$

$6\times2=12$ $2\times6=12$

$12\times1=12$ $3\times4=12$

۸ــ ۱۲ مهره داریم. به چند صورت می‌توان این ۱۲ مهره را به دسته‌های مساوی تقسیم کرد؟ ۶ حالت

به چند حالت می‌توان به دو دسته تقسیم کرد؟ ۶ حالت $(1,11),(2,10),(3,9),(4,8),(5,7),(6,6)$

۸ مهره را به چند صورت می‌توان به سه دسته تقسیم کرد؟

(همراه با نظم و ترتیب فکر کنید و با راهبرد الگوسازی تمام حالت‌های ممکن را به‌دست آورید. هیچ دسته‌ای نمی‌تواند ۰ تا مهره داشته باشد.)

1	2	3
۱	۱	۶
۱	۲	۵
۱	۳	۴
۲	۲	۴
۲	۳	۳

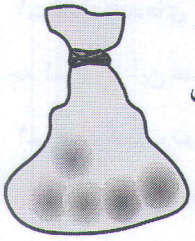
$\Rightarrow$ ۵ حالت

MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

احتمال ریاضی

فعالیت



۱ــ در داخل یک کیسه ۳ مهرهٔ آبی و ۲ مهرهٔ قرمز قرار دهید (می‌توانید از نخود و لوبیا استفاده کنید). بدون نگاه کردن به داخل کیسه یک مهره خارج و رنگ آن را در جدول زیر یادداشت کنید. مهره را سر جایش بگذارید و این آزمایش را ۲۰ بار تکرار کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

آزمایش شود

$\frac{\square}{۲۰}$ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی درآمد؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟ $\frac{۳}{۵}$ ← $\frac{\text{آبی}}{\text{کل}}$

هر دو کسر را به‌صورت عدد اعشاری بنویسید و با هم مقایسه کنید.

قرمز $\square$ آبی $\square$

هر ۵ دانش‌آموز نتایج آزمایش‌های خود را با هم جمع کنند. از مجموع ۱۰۰ بار چند بار آبی و چند بار قرمز است؟

اکنون بنویسید چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ آبی در آمده است؟ چه کسری از مهره‌ها به رنگ آبی است؟

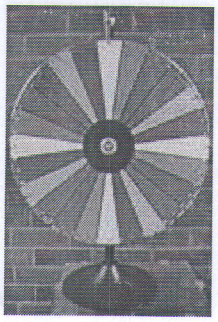
$\frac{\square}{۱۰۰}$ حالا دو کسر را مقایسه کنید. آیا به هم نزدیک شده‌اند؟ بله $\frac{۳}{۵}$ $\frac{\text{آبی}}{\text{کل}}$

اگر آزمایش ۱۰ دانش آموز (یعنی ۲۰۰ بار) را بنویسید، آیا این کسرها به هم نزدیک‌تر می‌شوند؟ بله

وقتی بخواهیم از داخل کیسه بالا یک مهره خارج کنیم، از چند مهره می‌توانیم یکی را انتخاب کنیم؟ ۵ مهره

چند تا از آن مهره‌ها آبی است؟ ۳ چه کسری از مهره‌ها آبی است؟ $\frac{۳}{۵}$

هر چه قدر تعداد آزمایش‌ها بیشتر شود جواب به $\frac{۳}{۵}$ نزدیک‌تر می‌شود



۲ــ یک صفحهٔ چرخنده به شکل مقابل است. هر بار صفحه یا عقربه را می‌چرخانیم و پس از ایستادن عقربه روی یکی از رنگ‌ها قرار می‌گیرد. این آزمایش را ۲۰ بار انجام دهید و نتیجه را یادداشت کنید.

آزمایش	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
رنگ																				

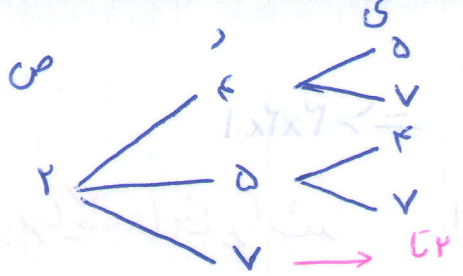
۵ نفر نتایج خود را با هم جمع کنند. تعداد نتیجهٔ آزمایش به رنگ سبز: ــــ قرمز: ــــ آبی: ــــ

$\frac{\square}{۱۰۰}$ ← تعداد سبز

چه کسری از شکل به رنگ سبز است؟ $\frac{۱}{۶}$ چه کسری از آزمایش‌ها به رنگ سبز در آمد؟

آیا این دو کسر به هم نزدیک شده‌اند؟ بله

۱/۱۲۸

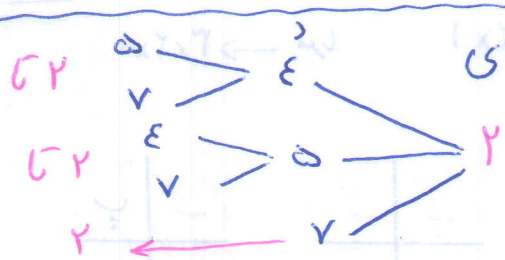


$\Rightarrow \underbrace{۳\times۲=۶}_{\text{کل}}$

ص
۲ ⟶ ۳×۲
۴ ⟶ ۳×۲
۵ ⟶ ۳×۲
۷ ⟶ ۳×۲

$\Longrightarrow \underbrace{۴\times۳\times۲=۲۴}_{\text{کل اعداد سه رقمی بدون تکرار رقم‌ها}}$

اعداد زوج



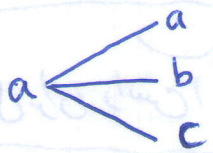
$\Longrightarrow ۳\times۲=۶$

ی
۲ ⟶ ۳×۲=۶
۴ ⟶ ۳×۲=۶

$\Longrightarrow ۲\times۳\times۲=۱۲$

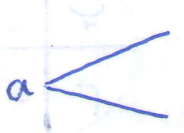
$\frac{۱۲}{۲۴}=\frac{۱}{۲}$ اعداد زوج می‌باشند

۲/۱۲۸



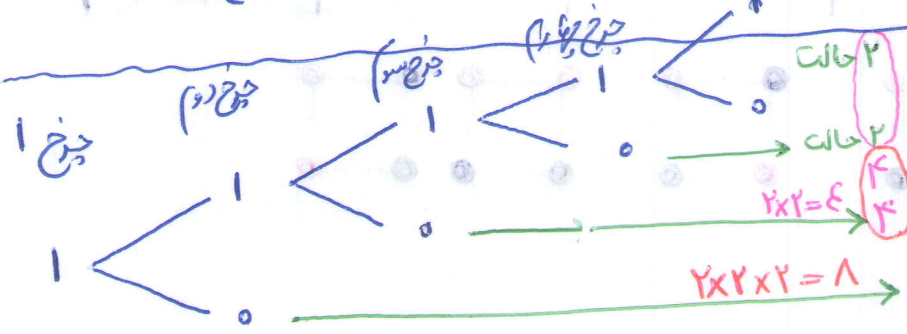
a ⟶ ۳
b ⟶ ۳ $\Rightarrow ۳\times۳=۹$
c ⟶ ۳

درصورتی که این حروف روی کارت باشند تکرار نداریم



a ⟶ ۲
b ⟶ ۲ $\Rightarrow ۳\times۲=۶$
c ⟶ ۲

۳/۱۲۸



جواب مدرس : ۵ حالت

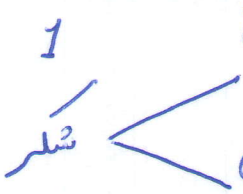
$\Longrightarrow ۲\times۸=۱۶$

کل حالت‌های ممکن $۲\times۱۶=۳۲$

چرخ اول	چرخ دوم	چرخ سوم	چرخ چهارم	چرخ پنجم
۰ و ۱	۰ و ۱	۰ و ۱	۰ و ۱	۰ و ۱

$۲\times۲\times۲\times۲\times۲=۲^{۵}$

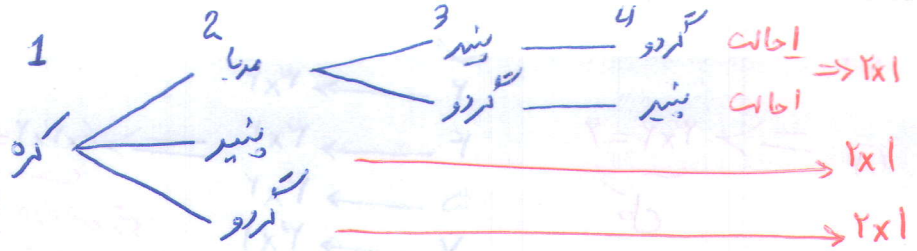
۴/۱۲۸



۱حالت
۱حالت
$\Rightarrow ۲\times۱$

1
شکر ⟶ ۲×۱
چای ⟶ ۲×۱ $\Longrightarrow ۳\times۲\times۱=۶$
نمک ⟶ ۲×۱

MATH-HOME.IR



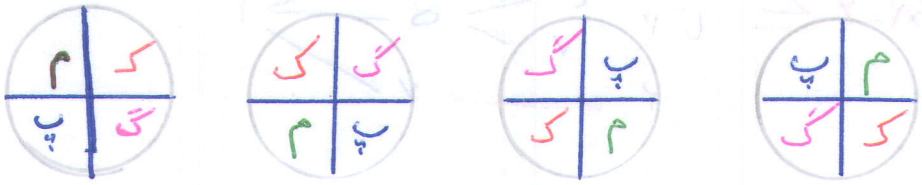
$\Rightarrow ۳\times۲\times۱$

درصورتیکه جایگاه ها متمایز باشند

کره $\longrightarrow ۳\times۲\times۱$ گردو $\longrightarrow ۳\times۲\times۱$

پنیر $\longrightarrow ۳\times۲\times۱$ مربا $\longrightarrow ۳\times۲\times۱$

$\Longrightarrow ۴\times۳\times۲\times۱ = ۲۴$ حالت



این ۴ حالت یکی می باشند

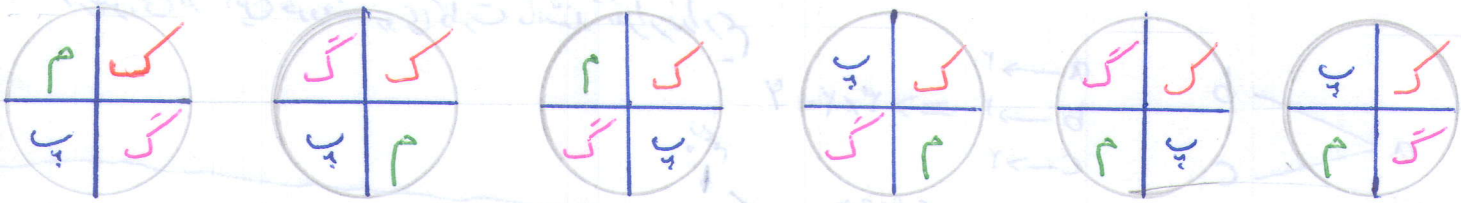
پس هر حالت ۴ بار تکرار می شود

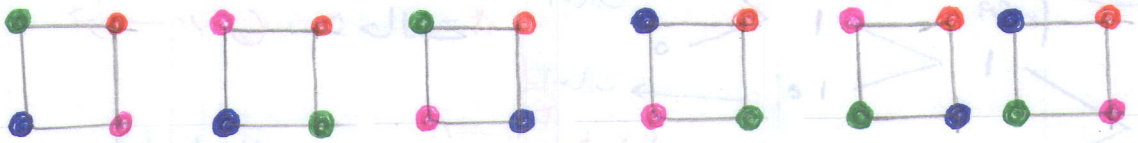
$۲۴ \div ۴ = ۶$

درصورتیکه ما در جایگذاری آزاد باشیم و بتوانیم تکراری نیز استفاده کنیم

$۴\times۴\times۴\times۴ = ۲۵۶$ حالت

راه حل برای دانش آموزان (راهبرد رسم شکل)





MATH-HOME.IR

در ریاضی احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد برابر است با نسبت تعداد اتفاق افتادن آن پیشامد به تعداد تمام حالت‌های ممکن برای اتفاق افتادن آن پیشامد. احتمال اتفاق افتادن پیشامد a را با P_a، تعداد حالت‌های ممکن بر اتفاق افتادن پیشامد a را با n(a) و تعداد پیشامدهای ممکن را با n(s) نمایش می‌دهیم. پس: $P_a = \frac{n(a)}{n(s)}$

کار در کلاس

۱ــ وقتی یک سکه را می‌اندازیم، احتمال رو آمدن آن $\frac{1}{2}$ و احتمال پشت آمدن آن $\frac{1}{2}$ است.

وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد ۱ بیاید $\frac{1}{6}$، عدد ۲ بیاید $\frac{1}{6}$ و عدد ۶ بیاید $\frac{1}{6}$ است.

۲ــ وقتی یک تاس را می‌اندازیم احتمال این که عدد زوج بیاید، چند است؟ $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

چون ۲، ۴ یا ۶ اعداد زوج هستند. n(زوج آمدن) = ۳

چون تاس می‌تواند ۱ یا ۲ یا ۳ یا ۴ یا ۵ یا ۶ بیاید. n(تمام حالت‌ها) =

پس: $P_{\text{زوج آمدن}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

۳ــ چرا احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است؟ زیرا اگر اتفاق نیفتد برابر صفر است

و اگر صد درصد اتفاق بیفتد احتمال آن برابر ۱ است

پس احتمال وقوع یک پیشامد عددی بین صفر و یک است

فعالیت

در هر یک از موارد زیر احتمال وقوع هر پیشامد را بنویسید و احتمال‌ها را با هم جمع کنید.

: انداختن سکه

احتمال رو آمدن = $\frac{1}{2}$

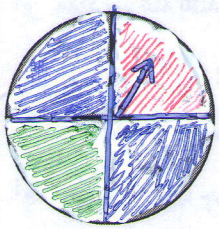
احتمال پشت آمدن = $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

: انداختن تاس

$\overset{1\downarrow}{\frac{1}{6}} + \overset{2\downarrow}{\frac{1}{6}} + \overset{3\downarrow}{\frac{1}{6}} + \overset{4\downarrow}{\frac{1}{6}} + \overset{5\downarrow}{\frac{1}{6}} + \overset{6\downarrow}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{6} = 1$

ایستادن عقربه روی یک رنگ



احتمال رنگ سبز = $\frac{1}{4}$

احتمال رنگ قرمز = $\frac{1}{4}$

احتمال رنگ آبی = $\frac{2}{4}$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = 1$

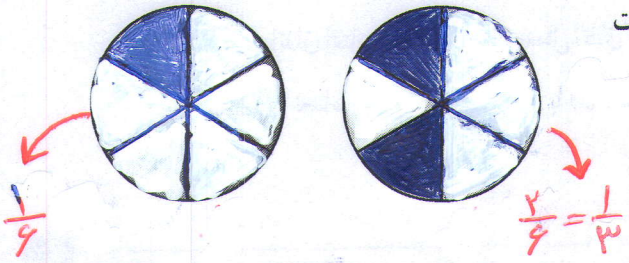
چه نتیجه‌ای از این فعالیت می‌گیرید؟

مجموع احتمال های وقوع تمام پیشامدها برابر ۱ می شود

MATH-HOME.IR

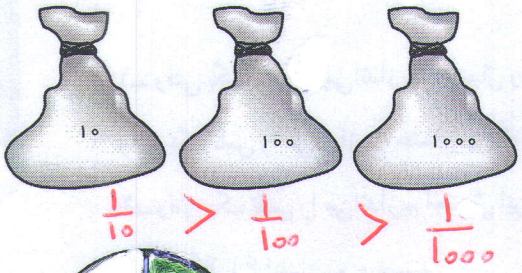
MATH-HOME.IR

۱ــ دو هدف تیراندازی به شکل مقابل است. احتمال اینکه تیر در قسمت آبی بخورد، در کدام هدف بیشتر است؟ چرا؟



در هدف سمت راست احتمال تیر در قسمت آبی بخورد بیشتر است زیرا $\frac{1}{3}>\frac{1}{6}$

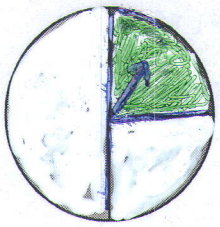
۲ــ در هر کدام از کیسه‌های مقابل فقط یک مهرهٔ سیاه هست و بقیه سفیدند. اگر یک مهره از هر کیسه برداشته شود، احتمال اینکه سیاه باشد در کدام یک بیشتر است؟ چرا؟



در کیسه‌ی اول که ۱۰ مهره دارد احتمال بیشتری دارد چون $\frac{1}{10}>\frac{1}{100}>\frac{1}{1000}$

اصلاح شود

۳ــ یک صفحهٔ چرخنده به‌صورت مقابل است. اگر آن را ۱۰۰۰ بار بچرخانیم، به احتمال زیاد چند بار روی رنگ سبز قرار می‌گیرد؟ چرا؟



۲۵۰ بار زیرا $\frac{1}{4}$ شکل سبز رنگ است برای یک دور $\frac{1}{4}$

۴ــ نه مهره را که روی آنها عددهای ۱ تا ۹ نوشته شده است، در کیسه ریخته‌ایم. مریم یک مهره را از کیسه بیرون می‌آورد. احتمال این‌که مهرهٔ خارج شده زوج باشد چقدر است؟ $\frac{4}{9}$ ۲، ۴، ۶، ۸

احتمال این‌که مهرهٔ خارج شده مضرب ۳ باشد، چقدر است؟ $\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$ ۳، ۶، ۹

۵ــ در یک کیسه تعدادی مهره است. $\frac{1}{6}$ آنها سبز، $\frac{1}{12}$ آنها زرد، $\frac{1}{2}$ آنها سفید و $\frac{1}{4}$ آنها آبی هستند. اگر فردی بدون نگاه کردن به داخل کیسه مهره‌ای را بیرون بیاورد، احتمال بیرون آمدن کدام رنگ بیشتر است؟ چرا؟ سفید

$\frac{1}{2}>\frac{1}{4}>\frac{1}{6}>\frac{1}{12}$

چون تعداد سفید بیشتر است

۶ــ دانشگاهی ۱۲۰۰ دانشجو دارد (دختر و پسر). یک نمونهٔ ۱۰۰ نفری از دانشجویان این دانشگاه به‌طور تصادفی انتخاب می‌شوند. در این نمونه ۴۵ دانشجوی پسر وجود دارد. به احتمال زیاد تعداد دانشجویان پسر این دانشگاه چند نفر است؟

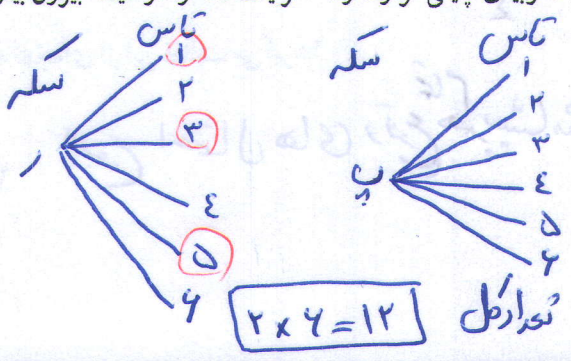
$\frac{45}{100}=\frac{x}{1200} \Rightarrow x=540$ پسر

۷ــ از یک بسته که ۳۰۰ لامپ در آن است، ۱۰۰ لامپ به‌طور تصادفی برای آزمایش خارج می‌کنیم. اگر ۵ لامپ از این تعداد سوخته باشد، احتمالاً چند لامپ سوخته در کل بسته وجود دارد؟

$\frac{100}{300}=\frac{5}{x} \Rightarrow x=15$

۸ــ یک سکه و یک تاس را با هم انداخته‌ایم. احتمال اینکه سکه رو و تاس عدد فرد را نشان دهد، چقدر است؟

۹ــ در یک کیسه ۱۰ لوبیای قرمز، ۵ لوبیای سفید و ۵ لوبیای چیتی قرار دارد. اگر یک دانه را از کیسه بیرون بیاوریم، احتمال این که لوبیا چیتی باشد، چقدر است؟



$\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

$\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$ ← تعداد لوبیا چیتی / کل

MATH-HOME.IR

۹ مرور فصل

مفاهیم و مهارت‌ها

در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید:

- آمار
- داده
- دامنهٔ تغییرات
- حدود دسته
- متوسط دسته
- فراوانی

در این فصل روش اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصهٔ درس تهیه کنید.

- دانستن کاربرد هریک از نمودارها
- رسم نمودار بلوکی
- پیدا کردن میانگین چند عدد
- درک مفهوم پیشامد
- درک مفهوم احتمال اتفاق افتادن یک پیشامد
- احتمال ریاضی یک پیشامد
- احتمال یک پیشامد عددی بین ۰ و ۱ است.
- پیدا کردن فراوانی تعدادی داده‌ها پس از دسته‌بندی کردن آنها
- درک مفهوم توزیع نرمال یا طبیعی داده‌ها در یک پدیدهٔ طبیعی
- پیدا کردن میانگین داده‌ها پس از دسته‌بندی آنها
- نوشتن تمام پیشامدهای ممکن
- پیدا کردن تمام حالت‌های ممکن برای وقوع یک پیشامد
- پیدا کردن احتمال یک پیشامد با نوشتن رابطهٔ آن
- مجموع احتمال‌ها برابر ۱ می‌شود.

کاربرد

درس آمار و احتمال در زندگی روزمره کاربرد وسیعی دارد. به کمک کارهای آماری و با درک مفهوم احتمال می‌توانیم وقوع پیشامدها را پیش‌بینی کنیم.

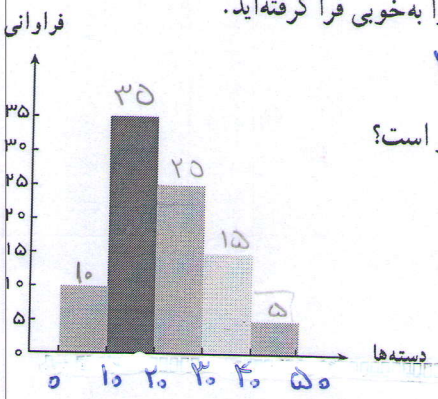
$$\text{میانگین} = \frac{10\times5+35\times15+25\times25+15\times35+5\times45}{90} = \frac{1950}{90} \simeq 21/6$$

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که بتوانید تمرین‌های زیر را انجام دهید، مطمئن شوید که این فصل را به‌خوبی فرا گرفته‌اید.

اصلاحیه

۱ــ با توجه به نمودار ~~بلوکی~~ ستونی مقابل میانگین داده‌ها را به‌دست آورید. ۲۱/۶



۲ــ دو تاس را با هم می‌اندازیم. احتمال این‌که یکی فرد و یکی زوج بیاید، چقدر است؟

$6\times6=36$ کل حالت‌ها

$\underset{\text{فرد}}{3}\times\underset{\text{زوج}}{3}=9$

$\underset{\text{زوج}}{3}\times\underset{\text{فرد}}{3}=9$

$\Rightarrow 9+9=18 \Rightarrow \frac{18}{36}=\frac{1}{2}$

چون دو حالت هست یک بار اولی فرد و دومی زوج باشد و حالت بعدی اولی زوج و دومی فرد باشد